

# Verkehrszustandsschätzung auf der Basis von Floating-Car- und Induktionsschleifendaten

Jürgen Greifeneder

J@Greifeneder.de

2002

# Kurzfassung

Grundlage eines jeden modernen Verkehrsinformations- und -leitsystemes sind zuverlässige Informationen über den aktuellen Straßenverkehrszustand auf einem zu überwachenden Streckenabschnitt. Leider ist die Installation von Sensoren in kurzen Abständen, um quasi-streckenbezogene Messungen zu erhalten, sehr kostspielig und vor allem wartungsintensiv. Daher werden Meßstellen meist nur in größeren Abständen eingerichtet. Änderungen des Verkehrszustandes, die sich aufgrund lokaler Ereignisse zwischen zwei Meßwerterfassungsstellen ergeben, können daher – wenn überhaupt – erst dann erkannt werden, wenn dies in den Messungen erkennbar wird.

Seit einigen Jahren versuchen private Unternehmen nun diese bestehenden Daten- bzw. Informationslücken zu schließen. Neben einer ganzen Reihe anderer Ansätze sei hier im Besonderen der Versuch angeführt, Fahrzeuge selbst zu mobilen Sensoren, sogenannten FCD-Fahrzeugen, werden zu lassen.

In der vorliegenden Arbeit werden daher derartige Verkehrsdaten in einem bestehenden auf Schleifenmessungen basierten Zustandsschätzer (Erweitertes Kalman-Filter) als zusätzliche Meßgrößen verwendet. Dabei konnte festgestellt werden, daß schon mit einer geringen Anzahl an FCD-Fahrzeugen eine deutliche Verbesserung der Zustandsschätzung ermöglicht wird. Eine umfangreiche Analyse der stochastischen Zusammenhänge von Dichte, Einzel- und mittlerer Geschwindigkeit führte zu einem grundsätzlicheren Verständnis des Geschehens und ermöglichte es, Meßwerte für die unbekannteren mittleren Geschwindigkeiten aufgrund der Einzelgeschwindigkeiten der FCD-Fahrzeuge zu berechnen und eine Aussage über die Qualität dieser Meßwertschätzung angeben zu können.

**Schlüsselworte:** Verkehrsflußmodellierung, Erweitertes Kalman-Filter (EKF), Zustandsschätzung, Floating-Car-Data (FCD), Schnellstraßenverkehr.

# Abstract

Modern traffic information systems are based on reliable information about the current traffic situation. Unfortunately, stationary traffic sensors (e.g. induction loops) are expensive and difficult to maintain. Therefore the distance between two sensors is much too long to receive sufficient data and changes in traffic flow will be detected too late.

This situation can be improved by using so called Floating Cars which indeed are mobile sensors. In this work, the usefulness of these Floating Cars regarding traffic flow estimation is discussed. The data of the existing induction loops will be discussed as well. This leads to much better estimations because the minimum number of necessary Floating Cars can be reduced, also the influence of faulty Floating Car Information.

The estimation itself makes use of an Extended Kalman-Filter (EKF) approach. An extensive analysis of the stochastic correlations between traffic density, velocity of a single car and the medium speed in a well defined neighbourhood (surrounding that car) made it possible to use the Floating Cars velocities to transform them into measures for the unknown medium speeds including a statement about their reliability. A first implementation led to salient results which are shown at the end of this thesis.

**Keywords:** traffic flow modeling, Extended Kalman-Filter (EKF), state estimation, Floating-Car-Data (FCD), traffic on highways.

# Inhaltsverzeichnis

Kurzfassung	ii
Symbolverzeichnis	vi
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2 Das Einzelfahrzeug als mobiler Meßsensor</b>	<b>3</b>
2.1 Übertragung der FC-Daten . . . . .	5
2.2 Bestimmung des Aufenthaltsortes . . . . .	5
2.3 Der <b>Global Automotive Telematics Standard</b> . . . . .	6
<b>3 Modellierung des Verkehrsflusses</b>	<b>8</b>
3.1 Das Verkehrsflußmodell nach Cremer/Payne . . . . .	9
3.1.1 Die Zustandsvariablen . . . . .	9
3.1.2 Bestimmung der lokalen Größen . . . . .	11
3.1.3 Bestimmung der Zustandsvariablen . . . . .	12
3.1.3.1 Bestimmung der Fahrzeugdichte $\rho_j$ . . . . .	12
3.1.3.2 Die Segmentgeschwindigkeit $\bar{v}$ . . . . .	13
3.1.4 Das Verkehrsstärke-Dichte-Diagramm . . . . .	15
3.1.5 Beschränkungen der Zustandsgrößen . . . . .	17
3.1.6 Das stochastische Verkehrsmodell . . . . .	17
3.1.7 Bestimmung der Randwerte . . . . .	18
3.1.8 Die Systemgleichungen . . . . .	19
3.2 FCD-Erweiterung des Verkehrsmodells . . . . .	21
3.2.1 FCD-Geschwindigkeit und Verkehrsflußmodell . . . . .	21
3.2.2 Segmentierungsverfahren . . . . .	21
3.2.2.1 Segmentbasierter Ansatz . . . . .	22
3.2.2.2 Fahrzeugbasierter Ansatz . . . . .	23
3.2.2.3 Vergleich der beiden Methoden . . . . .	25
3.2.3 Mehrere FCD-Messungen in einem Segment . . . . .	26
3.2.4 Erweiterung der Modell-Gleichungen . . . . .	28

<b>4</b>	<b>Zustandsschätzung</b>	<b>29</b>
4.1	Das (erweiterte) Kalman-Filter . . . . .	30
4.2	Konsequenzen der Modellerweiterung . . . . .	33
4.3	Kompatibilitätsprüfung . . . . .	35
4.4	Superposition mehrerer Messungen . . . . .	38
<b>5</b>	<b>Analyse von Einzelfahrzeugdaten</b>	<b>41</b>
5.1	Bestimmung der segmentsbezogenen Größen . . . . .	42
5.1.1	20 Fahrzeuge – Methode . . . . .	44
5.1.2	Zweimal zehn Sekunden-Methode . . . . .	45
5.1.3	Plus/Minus 150 Meter Methode . . . . .	47
5.1.4	Vergleich der drei Methoden . . . . .	48
5.1.5	Abhängigkeiten der verwendeten Größen . . . . .	50
5.2	Einzel- und mittlere (Segments-)geschwindigkeiten . . . . .	53
5.3	Dichte und Einzelgeschwindigkeit . . . . .	60
5.4	Häufigkeitsverteilung gemessener Einzelgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Dichte . . . . .	66
<b>6</b>	<b>Erprobung</b>	<b>79</b>
<b>7</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>87</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>89</b>

# Symbolverzeichnis

## I. Indizes

Formelzeichen	Bezeichnung
$\{\cdot\}_k$	Zeitindex
$\{\cdot\}_{krit}$	Kapazitätsgrenze des Verkehrsflusses
$\{\cdot\}_i$	laufende Fahrzeugnummer
$\{\cdot\}_j$	$j$ te Segment
$\{\cdot\}_l$	Übergang $(l + 1)$ ten Segment
$\{\cdot\}_{max}$	Maximalgrößen
$\{\cdot\}_s$	segmentsbezogen
$\{\cdot\}^{FCD}$ oder $\{\cdot\}^{\checkmark}$	FCD-basiert
$\{\cdot\}^{\checkmark}$	unaggregierte Einzel-FCD-Werte
$\{\cdot\}^{\sim}$	Um die FCD-Größen erweiterte Matrizen
$\overline{\{\cdot\}}$	Mittelwerte u.ä. (z.B. Segmentgeschwindigkeit)

Kombinationen dieser Indizes sind möglich.

## II. Kleinbuchstaben

Formelzeichen	Einheit	Bezeichnung
$\alpha$		Gewichtungsfaktor
$\gamma_{k,i}^2$		den FCD-Einzelmessungen zugeordnete Kovarianzwerte
$\delta_{k_1 k_2}$		Kronecker-Symbol: $\delta_{k_1 k_2} = \begin{cases} 1, & \text{falls } k_1 = k_2 \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$
$\varepsilon$		Extrapolationsfaktor
$\eta$		Skalar ( $\eta > 0$ )
$i$		$i$ tes Fahrzeug
$j$		$j$ tes Segment
$\kappa$	$\frac{FZ}{km}$	Korrekturparameter für kleine Dichten (Cremer)
$k$		Zählvariable der diskreten Zeit
$l$		Übergang vom $j$ zum $(j + 1)$ ten Segment ( $j \hat{=} l$ )
$l, m$		Parameter der $v$ - $\rho$ -Charakteristik
$m$		Anzahl der FC-Daten sendenden Fahrzeuge
$n$		Anzahl der Segmente pro Abschnitt
$q_l$	$\frac{FZ}{h}$	Verkehrsfluß, Fahrzeugstrom
$q_{krit}$	$\frac{FZ}{km}$	spurbezogener Maximaldurchsatz
$q_{in}, q_{out}$	$\frac{FZ}{h}$	mittlere Stromstärken an den Meßschleifen
$r$		Meßrauschen
$\rho$	$\frac{FZ}{km}$	Fahrzeugdichte
$\rho_{max}$	$\frac{FZ}{h}$	maximale Dichte

Formelzeichen	Einheit	Bezeichnung
$\sigma$		Streuung
$\varsigma$	$\frac{km^2}{h}$	Empfindlichkeitsfaktor im Antizipationsterm
$t$	$h, s$	Zeit (allgemein)
$t_s$	$h, s$	Abtastzeit, Modell
$\tau$	$h, s$	Anpassungszeit bei Antizipation und Relaxation
$u$		Eingangsvektor
$v_s$	$\frac{km}{h}$	Geschwindigkeitskennzahl
$\bar{v}_{frei}$	$\frac{km}{h}$	Maximalwert der Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik
$\bar{v}_j(k)$	$\frac{km}{h}$	mittlere Geschwindigkeit im $j$ ten Segment
$v_i$	$\frac{km}{h}$	Geschwindigkeit des $i$ ten Fahrzeugs
$\nu_i$	$\frac{km}{h}$	Einzelgeschwindigkeit (FCD-Wert) des $i$ ten Fahrzeugs
$\bar{\nu}_i, \bar{\nu}_i^{FCD}$	$\frac{km}{h}$	mittlere Geschwindigkeit (FCD-Wert) in der Umgebung des $i$ ten Fahrzeugs
$\bar{w}_l$	$\frac{km}{h}$	mittlere lokale Geschwindigkeit an den Segmentsgrenzen
$\bar{w}_{in}, \bar{w}_{out}$	$\frac{km}{h}$	mittlere lokale Geschwindigkeit an den Meßschleifen
$\varphi$	$\frac{FZ}{km}$	stochastischer Korrekturterm der Fahrzeugdichte
$\xi$	$m$	Strecke, Ort (allgemein)
$\xi_{s,i}$	$m$	Länge des für die Dichtebestimmung nach Kapitel 5.1 um das $i$ te Fahrzeug aufgespannten Segments
$\xi_{s,j}$	$m$	Länge des $j$ ten Segments

Formelzeichen	Einheit	Bezeichnung
$\bar{\xi}_{FZ_i}$	$m$	mittlere Position des $i$ ten Fahrzeugs
$x$		Zustandsvektor
$y$		Ausgangsvektor
$\psi$	$\frac{km}{h}$	stochastischer Korrekturterm der mittleren Segmentsgeschwindigkeit

### III. Großbuchstaben

Formelzeichen	Beziehung / Wert	Bezeichnung
$\mathcal{D}$		Permutationsmatrix
$E[\square]$	$E[\square] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \square$	Erwartungswert von $\square$
$E[\square^2]$	$E[\square^2] = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\square - E[\square])^2}$	Varianz von $\square$
$F$		linearisierte Systemfunktion
$\mathcal{H}(x)$	$\mathcal{H}(x) = \begin{cases} 1 & , \text{für } x > 0 \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases}$	
$H$		linearisierte Ausgangsmatrix
$I$		Einheitsmatrix
$K$		Kalman'sche Verstärkungsmatrix
$\mathbb{M}$		Menge der FC-Daten sendenden Fahrzeuge
$\mathbb{M}_j$		Menge der FC-Daten sendenden Fahrzeuge im $j$ ten Segment

Formelzeichen	Beziehung / Wert	Bezeichnung
$N$		Anzahl (allgemein)
$\mathbb{N}_j$		Menge der Fahrzeuge im $j$ ten Segment
$\mathbb{N}$		Menge der natürlichen Zahlen
$P$		Kovarianzmatrix des Schätzfehlers
$Q$		Kovarianzmatrix des Systemrauschens
$R$		Kovarianzmatrix des Meßrauschens
$\mathbb{R}$		Menge der reellen Zahlen
$\mathcal{V}(\rho)$	$\mathcal{V}(\rho) = v_{\text{frei}} \cdot \left(1 - \left(\frac{\rho}{\rho_{\text{max}}}\right)^l\right)^m$	Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik
$\Psi$		Vektor des Systemrauschens
$ZL$	$ZL_{i_1, i_2} = t_{i_1} - t_{i_2}$	Differenz der Induktionsschleifenpassierzeiten zweier Fahrzeuge (Zeitfenster, Zeitlücke)

# Kapitel 1

## Einleitung

Grundlage eines jeden modernen Verkehrsinformations- und -leitsystemes sind zuverlässige Informationen über das aktuelle Straßenverkehrsgeschehen auf einem zu überwachenden Streckenabschnitt. Leider ist die Installation von fest installierten Meßsensoren (z.B. Induktionsschleifen, Infrarotsensoren) in kurzen Abständen, um quasi-streckenbezogene Messungen zu erhalten, sehr kostspielig und vor allem wartungsintensiv. Derartige Systeme werden daher meist nur in größeren Abständen eingerichtet.

Während es im Bereich kollektiver Verkehrsbeeinflussungsanlagen durch die Planung bereits eine gewisse Grundanzahl derartiger Sensoren gibt, stehen allgemein zu wenig Daten aus dem Verkehrsnetz zur Verfügung. Verkehrsinformationsdienste - wie z.B. der Verkehrsfunk – beziehen ihre Daten daher im Wesentlichen von der Polizei und „privaten Staumeldern“. Diese Informationen sind jedoch meist stark zeitverzögert und räumlich lediglich grob aufgelöst. Die Installation von ca. 4000 Mikrowellendetektoren auf Brücken deutscher Autobahnen, zur Erfassung des Verkehrsflusses der linken Fahrspur Ende der 90-er Jahre durch die DDG (Gesellschaft für Verkehrsdaten) führte nur zu einer geringfügigen Verbesserung.

Durch die Anwendung von Verfahren der Filter- und Beobachtertechnik (Kapitel 4) ist es dennoch möglich, unter Verwendung eines geeigneten Verkehrsflußmodells (Kapitel 3.1), Informationen über den Zustand des Verkehrs zwischen zwei Meßpunkten zu erhalten. Dort auftretende Verkehrsstörungen können nicht genau lokalisiert und erst mit einer gewissen Zeitverzögerung erkannt und übermittelt werden. Mit der Entwicklung von Verkehrsinformationssystemen, die das gesamte Straßenverkehrsnetz umfassen, stößt die auf fest installierten Meßsensoren basierende, klassische Verkehrsdatenerfassung an ihre Grenzen, da Verkehrsinformationssysteme mit z.B. verkehrsabhängiger Streckenempfehlung mit den bisherigen Methoden nicht zufriedenstellend betrieben werden könnten. Eine noch engere Ausstattung der Fernstraßen mit Sensoren aber wäre sehr teuer. In Zukunft sollen die ortsfesten Sensoren daher vermehrt durch Geschwindigkeitsinformationen ergänzt werden, die einzelne Fahrzeuge von verschiedenen Orten des betrachteten Verkehrsnetzes in gewissen zeitlichen Abständen an eine Verkehrsleitzentrale unter Verwendung moderner Telematik-einrichtungen übermitteln. Diese Informationen werden als **Floating Car Data (FCD)** bezeichnet.

Leider geht das allgemeine Verständnis dessen, was man unter dem Begriff der im Folgenden als **FC-Daten** bezeichneten Informationen verstehen mag, weit auseinander, weshalb zunächst eine Einführung in die Welt der FCD's erfolgen soll (Kapitel 2). In Kapitel 3 wird die Frage erörtert, wie derartige Verkehrsdaten in ein bestehendes, auf Schleifenmessungen basierendes, Modell eingebracht werden können. Kapitel 4 stellt die daraus resultierenden Konsequenzen für die Zustandsschätzung dar und in Kapitel 5 soll geklärt werden, welche Informationen aus den FC-Daten gewonnen werden können. Abgerundet wird das Ganze mit den in Kapitel 6 vorgestellten Ergebnissen einer Implementierung.

Um die Funktionstüchtigkeit aufgestellter Modelle und Algorithmen zu testen, standen dieser Arbeit drei Arten von Daten zur Verfügung:

- FCD der A92

In vier Testfahrten fuhr ein einziges mit Sensorik ausgestattetes Fahrzeug eine Teilstrecke der A92 auf und ab, wobei neben der Zeitsignatur seine GPS-Koordinaten sowie seine Geschwindigkeit im Sekundentakt aufgezeichnet wurden. Die Schleifenmeßdaten der entsprechenden Tage sind weitestgehend verfügbar, so daß eine Erprobung der Modelle hätte durchgeführt werden können. Leider weisen diese vier Testfahrten keine Verkehrssituation auf, in der der Einsatz von FC-Daten qualitativ verbesserte Ergebnisse liefern könnte. Von einer Verwendung derselben wurde daher abgesehen.

- Simulierte Daten

Leider liegen keine vollständigen realen Einzelfahrzeugtrajektorien für alle Fahrzeuge eines Autobahnabschnittes vor, womit die Genauigkeit der Algorithmen direkt überprüft werden könnte. Aus diesem Grunde wurde das Verkehrsverhalten auf den betrachteten Abschnitten – mit unterschiedlichen Szenarien – simuliert und die dadurch indirekt erzeugten Schleifendaten dem Zustandsschätzer übergeben. Mit Hilfe solcher mikroskopisch simulierter Daten ist es möglich, den geschätzten mit dem Originalzustand zu vergleichen und auch das Verhalten des Zustandsschätzer auf unterschiedliche Verkehrsentwicklungen zu testen.

Für die Untersuchung der stochastischen Zusammenhänge von Dichte, Einzel- und mittlerer Geschwindigkeit (Kapitel 5) standen Schleifenmeßdaten der A92 über einen Zeitraum von ca. 2 Jahren fast vollständig zur Verfügung. Die Datensätze von Induktionsschleifenmessungen enthalten logische Angaben (Nummer der Schleife, laufende Fahrzeugnummer (diese wird jeweils um Mitternacht genullt), eine Fehlerkennung und die Fahrspur) sowie die eigentlichen Meßdaten, welche aus Datum, Zeitstempel und Fahrzeugklasse (PKW, LKW, Sattelschlepper, PKW mit Anhänger u.a.m.) bestehen.

Sowohl die vorhandenen FC-Daten als natürlich auch die simulierten Daten können den praktischen Einsatz lediglich annähern. Während dies bei den simulierten Daten a priori klar ist, liegt der Teufel bei den FC-Daten im Detail. Der wichtigste Unterschied zu realen FC-Daten (vgl. Kapitel 2), dürfte die Tatsache sein, daß im realen Fall sicherlich keine so dichte Taktung sowie eine übertragungsbedingte Zeitverzögerung vorliegen wird.

## Kapitel 2

# Das Einzelfahrzeug als mobiler Meßsensor

Unter einem **Floating Car** versteht man ein Fahrzeug, welches als mobiler Verkehrssensor insofern ausgestattet ist, als daß es in der Lage ist, aus dem fließenden Verkehr stammende Informationen zu sammeln und diese an die Verkehrsleitzentrale zu übermitteln. Alternativ findet man gelegentlich auch die (gleichbedeutenden) Begriffe des „Moving Observers“ und der „Probes“ (Korke). In wenigen Ausnahmefälle finden sich darunter auch Experimente, bei denen das Floating Car die gesammelten Daten selbst interpretiert und erst die daraus generierte Datenmenge weitergibt. Dieser Sonderfall sei für die weitere Betrachtung jedoch nicht berücksichtigt. Die durch Floating Cars gesammelten Daten werden konsequenterweise als *Floating Car Data* bezeichnet.

Bereits in der Vergangenheit gab es einige funktionstüchtige, jedoch lokale Ansätze, Floating Cars zum Datensammeln einzusetzen. Hierbei sind insbesondere Fahrzeugüberwachungssysteme, wie z.B. das kommerzielle Flottenmanagement, automatische Notrufsysteme und rechnergestützte Betriebsleitsysteme im öffentlichen Personennahverkehr zu nennen. Da diese Ansätze zur Verwendung von FC-Daten i.d.R. keine (den Verkehrszustand betreffenden) Daten an die Verkehrsleitzentralen übermitteln, sollen auch sie von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen werden. Weiterführende Informationen zu diesen Projekten findet sich in [6].

Mit der Gründung der beiden deutschen Verkehrstelematikunternehmen (Tegaron und Passo) wurde 1996 beschlossen, eine Spezifikation für die standardisierte mobile Verkehrsdatenerfassung zu erarbeiten. Da diese – sich unter der Bezeichnung GATS (vgl. Kapitel 2.3) in der Phase europäischer Normung befindliche – Spezifikation von Privatfirmen getragen wird, ist sie lediglich jenen Firmen bekannt, die mit Tegaron oder Passo zusammenarbeiten und ansonsten dem Betriebsgeheimnis unterliegen. Im Rahmen von GATS wurde eine sogenannte Referenzimplementierung, die in Teilen öffentlich ist, erarbeitet, welche eine einheitliche Erfassung von mobilen Verkehrsdaten nach bestimmten Kriterien ermöglichen soll. Das Problem aller fahrzeuggenierten Daten – der unbekannte Informationsgehalt derselben – wird dabei allerdings nicht gelöst und soll im Kapitel 5 näher betrachtet werden.

Der primäre GATS-FC-Datensatz besitzt eine Zeit- und eine aufgrund von GPS ermittelte Ortsinformation. Die Ermittlung der Fahrzeuggeschwindigkeit kann aufgrund dieser Daten nur indirekt durch Differenzbildung erfolgen. Auch die Bestimmung der Position auf einer Schnellstraße erfordert ein aufwendiges Mapmatching-Verfahren und die Kenntnis der realen Umgebung.

Die Erfassung von Floating Car Daten kann durch die Nutzung fahrzeugeigener Sensorik erweitert werden [6]. Dabei werden bestimmte Informationen des fahrzeugeigenen Bordnetzes (z.B. Licht, Scheibenwischer, Heizung bzw. Klimaanlage, Nebelschlußleuchte, aber auch Brems- oder Beschleunigungsvorgänge) zur Verkehrsinformationsgewinnung direkt ausgewertet. Die Gesamtheit aller so ermittelten Daten wird meist mit dem Begriff der Extended Floating Car Data (XFCD) zusammengefaßt und soll nicht Bestandteil dieser Betrachtungen sein.

Da der FCD-Standard noch nicht im Detail bekannt ist, kann derzeit auch nicht gesagt werden kann, welche Datensätze nun wirklich zur Verfügung stehen werden. Sicher scheint, daß es sich um verschiedene, vom Fahrzeug selbst aggregierte Mittelwerte und die (im Sekundentakt aufgenommenen) Positionen handeln dürfte. Zwei Probleme liegen jedoch vor: Das FCD-Fahrzeug sendet nicht kontinuierlich, sondern nur gelegentlich und im übermittelten Datensatz befinden sich nicht nur die Daten der aktuellsten sondern auch einer a priori unbekanntem Anzahl älterer Fahrtzustände.

Damit wird nicht nur die Frage aufgeworfen, wie die Daten der Vergangenheit einzufließen haben, sondern auch, welchen Informationsgehalt sie besitzen. Während Georg Böker in [2] vorschlägt, beim Eintreffen einer Messung die gesamte Zustandsschätzung auf den Zeitpunkt des ältesten (neuen) FC-Datensatz zurückzudrehen und die Verkehrssituation von dort ab vollständig neu zu berechnen, schlägt Putensen in [4] ein schaltendes Verfahren vor. Dieses ignoriert für die Mehrzahl der eintreffenden Meßwerte deren (meist geringen) zeitlichen Verzug und verwendet sie als Referenz des aktuellen Berechnungsschrittes. Nicht berücksichtigt werden dabei lediglich jene (zeitlich) überholten Messungen, in deren örtlicher Nähe ein Stau vermutet wird. In jedem Fall ist der Nutzen der veralteten Werte für die aktuelle Schätzung nicht offensichtlich. Die veralteten Informationen können die aktuelle Schätzung jedoch genau dann verbessern, wenn sich ihr Informationsgehalt bisher noch nicht in den kontinuierlichen Randmessungen ausgedrückt hat. Dies ist z.B. bei einer Störung im Abschnittsinneren mit nachfolgender Staubildung möglich. Eine solche Störung ist ohne FCD erst dann zu erkennen, wenn das Stauende in Sichtweite des Abschnittsbeginns gerät – was ein dortiges Absinken der gemessenen mittleren Geschwindigkeit zur Folge hat – oder aber, wenn am Abschnittsende die plötzlich abfallende Verkehrsdichte eine Störung im Inneren vermuten läßt.

Von einer Diskussion der Verwendung mehrerer, zu unterschiedlichen Zeitpunkten aufgenommenen Daten eines Datensatzes soll im Rahmen dieser Arbeit abgesehen werden. Desweiteren wurde von einer zur diskreten Modellzeit synchronen Datenübertragung ausgegangen.

## 2.1 Übertragung der FC-Daten

Bei mobilfunkgestützten Systemen dienen die Datenkanäle digitaler Mobilfunknetze zur Datenübertragung. Diese haben insbesondere den Vorteil ihrer Ortsunabhängigkeit und universeller Einsatzmöglichkeiten. Im Vergleich zu satelliten- oder bakenbasierten Systemen zeichnen sie sich durch wirtschaftlichere bzw. bereits vorhandene Infrastruktur aus. Der dabei verwendete GSM-Standard (Global System for Mobil Communication) des digitalen zellularen Mobilfunks wurde 1992 in Europa eingeführt. Er zeichnet sich durch eine Übertragungsrate von  $9,6 \frac{kBit}{s}$  und die Fähigkeit der systemintegrierten Sprach- und Datenkommunikation aus.

Für begrenzte Datenmengen (z.B. eines FC-Datensatzes) bietet sich der paketvermittelte Kurznachrichtendienst SMS (short message service) an, der bei erträglichen Kosten (Stand 2001) eine relativ hohe Übertragungssicherheit bietet, welche durch die Zwischenspeicherung in der SMS-Zentrale ermöglicht wird. Durch die Eigenständigkeit des Signalisierungskanals ist es möglich, daß der Versand der SMS zeitgleich zu einem Telefonat erfolgen kann. Je SMS steht – nach Abzug diverser Header – eine ungefähre Datenkapazität von 120 bis 130 Byte zur Verfügung.

Heutige Verkehrstelematikdienste basieren sowohl für die FCD-Erhebung, als auch bei der Dienstbereitstellung weitestgehend auf der Verwendung von SMS. Dabei spielt neben dem Preis vor allem die nicht erforderliche ständige Verbindung zur Verkehrszentrale als auch die durch das Zwischenspeichern in der SMS-Zentrale erhöhte Übertragungssicherheit eine wichtige Rolle. Nachteilig wirken sich allerdings die teilweise langen Übertragungszeiten aus, da für den SMS-Dienst keine Übermittlungszeiten garantiert werden. In der Verkehrszentrale eintreffende Daten könnten insofern bereits veraltet und damit unbrauchbar sein.

## 2.2 Bestimmung des Aufenthaltsortes

Neben einer Zeitsignatur enthält das standardisierte FCD-Signal (vgl. Kapitel 2.3) die Information über den Aufenthaltsort des Fahrzeuges, dessen Genauigkeit die Qualität der FC-Daten direkt beeinflusst. Grundsätzlich gibt es zwei verschiedene Verfahren zur Bestimmung des Aufenthaltsortes eines Fahrzeuges:

### **Relative Verfahren**

Die Positionsbestimmung wird aufgrund angeschlossener Fahrzeugsensoren von einem bekannten Ausgangspunkt vorgenommen. Dabei sind im besonderen Weg-/Radsensoren, Erdmagnetfeldsonden und Gyroskope zu nennen. Im einfachsten Fall wird hierbei aufgrund des, aus Fahrtrichtung (Gyroskop, Kompaß) und Geschwindigkeit bzw. Differenzstrecke errechenbaren, relativen Vektorzuges die Positionsbestimmung vorgenommen.

### **Absolute Verfahren**

Diese Verfahrensklasse basiert auf dem Empfang absoluter externer Standortinformationen. Eine mögliche, wenn auch extrem ungenaue Möglichkeit (20-40 km) bietet der Vergleich der Feldstärken vorhandener FM-Sender. Genauer ist schon die sogenannte Funkpeilung in GSM-Funkzellen, bei der die Signallaufzeiten des mobilen Teilnehmers zur Basisstation zur Ortung genutzt werden.

Satellitengestützte Positionierungssysteme (z.B. GPS (amerk.), GLONASS (russ.), Galileo (europ.)) sind aufgrund ihrer hohen Genauigkeit inzwischen zum Standard geworden. Die Auswertung ihrer ständig verfügbarer Signale liefert eine relative exakte (dreidimensionale) Ortsbestimmung in wählbaren Bezugssystemen (z.B. Gauß-Krüger-Koordinaten, World-Geodetic System (WGS 84)-Ellipsoid).

Unter Verwendung eines differentiellen Verfahrens (z.B. RASANT (Radiounterstützte Satellitennavigationstechnik mit komprimiertem RTCM-Format)) lassen sich damit Genauigkeiten von weniger als einem Meter erreichen. Dies ist für die Nutzung im Telematikbereich weitestgehend ausreichend.

Kombinationen dieser beiden Grundtechniken sind möglich. Zum Beispiel werden im Bereich öffentlicher Verkehrsbetriebe zur Datenerfassung vorhandene Baken zur Positionsregistrierung verwendet. Auch wird zur Lösung des Abschattungsproblem von Satellitensignalen in Tunneln oder Innenstädten oftmals ein duales Verfahren herangezogen. Dieses führt bei Nichtvorhandensein ausreichender Satelliteninformationen eine relativ zum letzten durch Satellitensignale einwandfrei bestimmten Punkt bemaßte Ortsbestimmung mittels eines relativen Verfahrens durch.

## **2.3 Der Global Automotive Telematics Standard**

Unter der Bezeichnung GATS (Global Automotive Telematics Standard) wurde Ende der 80-er Jahre ein de facto-Standard der bidirektionalen Verkehrstelematikdienste für eine formalisierte Kommunikation zwischen Dienste-Anbietern und Verkehrsteilnehmern entwickelt, der beim Europäischen Komitee für Normung (CEN) als europäische Norm verabschiedet werden soll. GATS basiert auf zellulärer Mobilfunktechnik und verwendet in erster Linie die bidirektionale Kommunikation. Dabei wird, da die Kommunikation zwischen Dienstzentrale und Endgerät meldungsorientiert gestaltet ist, keine online-Verbindung aufgebaut. Zur Kommunikation werden einzelne Datagramme zwischen Endgerät und Telematikzentrale ausgetauscht, wobei das Mobilfunknetz die Weiterleitung des Datenpaketes übernimmt.

Neben dem Angebot von Telematikservices (downlink) definiert GATS auch die Umkehrung, bei der Daten vom Verkehrsteilnehmer (uplink) empfangen werden. Nach der bei der DDG existierenden FCD-Referenzimplementierung werden beim Eintreten bestimmter Transmissionskriterien im uplink sogenannte „FCD collection messages“ vom Fahrzeug an die Datenzentrale übertragen und dort ausgewertet. Transmissionskriterien sind u.a. eine Zeit sowie eine Strecke, nach deren Verstreichen spätestens gesendet wird. Auch das Er-

kennen eines Staus durch das Fahrzeug oder das Verlassen eines Datenzentralenbereichs gehören zum Katalog der Transmissionskriterien. Diese Übertragungen erfolgen allerdings nur, wenn die Datenzentrale das zugehörige Transmissionsflag freigeschaltet hat. Dadurch ist es möglich, einzelnen Fahrzeug spezielle Rollen zukommen zu lassen und die ankommende Datenmenge verarbeitbar zu halten.

Endgeräte zur FCD-Erfassung müssen mindestens über einen GPS-Empfänger, ein Mobilfunkmodul sowie eine Software-Plattform verfügen, auf welcher die verschiedenen Module für die Erfassung und Verarbeitung der Verkehrsdaten implementiert werden können. Derartige Endgeräte können entweder nachgerüstet werden oder beim Neuwagen bereits fest installiert worden sein. Da die genauen GAT-Standards nicht bekannt sind, verfügen die meisten heute verfügbaren Endgeräte über keine oder nur sehr begrenzte Schnittstellen zur Fahrzeugelektronik oder zum Navigationssystem. Der Vorteil hiervon sind verhältnismäßig geringe Anschaffungs- und Einbaukosten. Einzelne Entwicklungen gehen bereits dazu über, die bislang nicht verfügbaren Informationen mittels eigener Sensorik selbst zu generieren und damit auf eine aufwendige Anpassung an die Fahrzeugelektronik zu verzichten.

Obwohl die FCD-Erfassung ein hohes Nutzenpotential für die Verkehrsinformationsgewinnung birgt, steht die Erprobung dieser neuen Methoden im alltäglichen Leben unter Mitwirkung eines großen Teilnehmerkreises noch immer aus. Dies wird sich jedoch erst dann ändern, wenn die Kunden bereit sind, für verbesserte Verkehrsinformationen zu bezahlen.

# Kapitel 3

## Modellierung des Verkehrsflusses

Modelliert werden soll ein mit Sensoren ausgestatteter Schnellstraßenabschnitt. Ein solcher Abschnitt habe eine Länge von 3-5 Kilometern und mehrere Fahrspuren. Letzteres ist wichtig, um Überholvorgänge und somit einen kontinuierlichen Verkehrsfluß voraussetzen zu können, da auf Straßen mit lediglich einer Fahrspur je Richtung eine Neigung zur Pulkbildung existiert, wobei das langsamste Fahrzeug an der Spitze fährt und somit die Geschwindigkeit bestimmt. Der Abschnitt selbst sei in mehrere ( $n$ ) Segmente unterteilt (Abbildung 3.1), deren Länge üblicherweise 300 bis 500 Meter beträgt. Grundsätzlich gibt es zwei verschiedene Ansätze zur mathematischen Beschreibung von Verkehrsflüssen:

**Mikroskopische Verkehrsmodelle** basieren auf unterschiedlichen Reaktionen individueller (Fahrer-)Fahrzeug-Elemente. Da ein jedes dieser Elemente in seiner Umgebung simuliert werden muß, ist der Rechenaufwand sehr hoch. In der Praxis kann ein solcher Ansatz für den Einsatz in einem Zustandsschätzer auch nur dann Anwendung finden, wenn Zeit- und Ortstrajektorien möglichst vieler Einzelfahrzeuge (z.B. durch eine nicht anonymisierte FCD-Übertragung) zur Verfügung stehen. Dies ist derzeit jedoch nicht gegeben.

**Makroskopische Verkehrsmodelle** stellen den Verkehrsfluß aufgrund kollektiver Größen (mittlere Geschwindigkeit und Fahrzeugdichte) dar. Dabei steht das Verhalten und die Verteilung ganzer Fahrzeuggruppen sowie deren Abhängigkeiten zueinander im Mittelpunkt des Interesses.

Für die Nachbildung des Verkehrs auf Autobahnen und Schnellstraßen werden derartige Modelle als ausreichend betrachtet [15], da die Einflüsse von Einzelfahrzeugen im normalen Verkehrsablauf als vernachlässigbar angesehen werden.

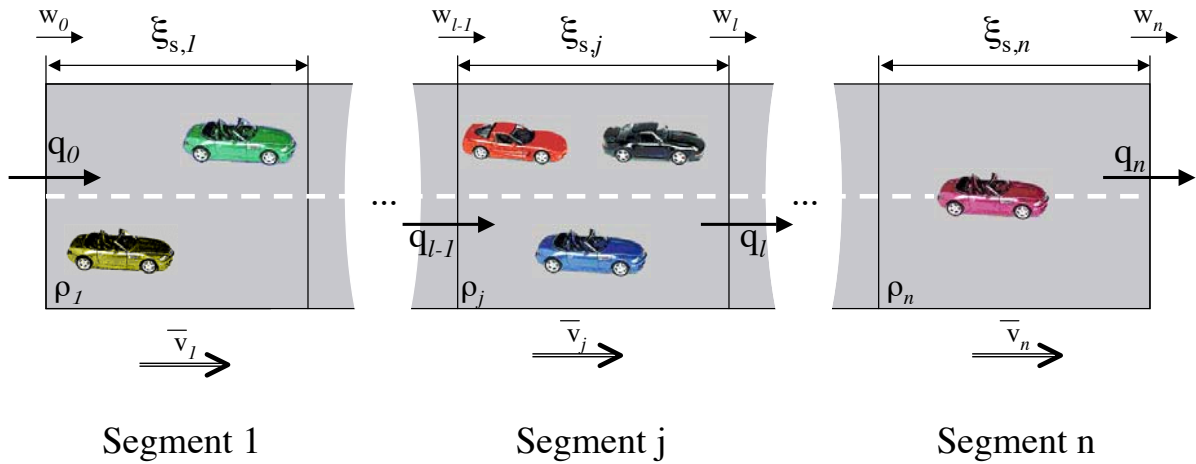


Abbildung 3.1: Schematische Darstellung eines Straßenabschnitts.

### 3.1 Das Verkehrsflußmodell nach Cremer/Payne

Das Verkehrsflußmodell von Cremer/Payne wurde 1971 von Payne [13] vorgeschlagen und 1979 von Cremer [3] verbessert und validiert. Bei diesem Modell handelt es sich um ein nichtlineares zeit- und ortsdiskretes makroskopisches Modell zweiter Ordnung mit konzentrierten Parametern. Ein zeitdiskretes Modell ist in der Lage den Übergang des Verkehrszustands von einem Zeitpunkt  $k \cdot t_s$  in den Zustand des nachfolgenden Zeitpunktes  $(k+1) \cdot t_s$  zu beschreiben. Die definierten Größen sind somit lediglich zu den wohl definierten Zeitpunkten  $k \cdot t_s$ ,  $k \in \mathbb{N}$  existent.  $k$  ist dabei der laufende Zeitindex und  $t_s$  die Schrittweite. Während eines solchen Zeitintervalls  $t_s$  wird der Verkehrszustand als konstant (d.h. sich nicht verändernd) betrachtet. Eine orts- und zeitdiskrete Betrachtungsweise ist einer kontinuierlichen in diesem Fall insofern vorzuziehen, da einerseits auch andere Modellgrößen (wie z.B. die Anzahl Fahrzeuge im Segment) diskreter Natur sind und andererseits die Zeitlücken zur Behandlung von Überwachungs- und Steuerungsaufgaben durch digitale Geräteeinheiten genutzt werden können.

#### 3.1.1 Die Zustandsvariablen

Der Verkehrszustand wird bei Cremer/Payne mittels den Zustandsvariablen Verkehrsdichte und mittlere momentane Geschwindigkeit beschrieben:

- Die **Verkehrsdichte**  $\rho_j$  im Segment  $j$  wird definiert als das Verhältnis aus Anzahl  $N_j$  der Fahrzeuge im  $j$ -ten Segment und der Länge  $\xi_{s,j}$  dieses Segmentes:

$$\rho_j = \frac{N_j}{\xi_{s,j}} \quad , \quad j = 1, \dots, n \quad (3.1.1)$$

Die Verkehrsdichte  $\rho$  hat damit die Einheit Fahrzeuge pro Kilometer:  $\frac{FZ}{km}$ .

- Die **Segmentgeschwindigkeit**  $\bar{v}_j$  wird als das arithmetische Mittel der Einzelfahrzeuggeschwindigkeiten  $v_{i,j}$  aller Fahrzeuge im  $j$ -ten Segment beschrieben:

$$\bar{v}_j = \frac{1}{N_j} \sum_{i=1}^{N_j} v_{i,j} . \quad (3.1.2)$$

Die Segmentgeschwindigkeit hat die Einheit Kilometer pro Stunde:  $\frac{km}{h}$ .

Dabei ist zu beachten, daß die mittlere Segmentgeschwindigkeit als arithmetischer Mittelwert einer nicht besonders großen Zahl an Fahrzeugen definiert ist. Andererseits setzt das von Cremer [3] zur Herleitung der Zustandsgrößen verwendete Modell eine große Gesamtheit voraus. Unter dieser Annahme ist es möglich, den (auf  $\lim(\xi_{s,j}) \rightarrow 0$  beruhenden) Grenzübergang vom diskreten  $\bar{v}_{k,j}$  zum kontinuierlichen  $\bar{v}(t, \xi)$  zu definieren. Diese Voraussetzung berechtigt zu der Annahme, daß die Einzelgeschwindigkeiten  $v_i$  näherungsweise normalverteilt sind. Die Menge  $\mathbb{N}_{k,j}$  aller Fahrzeuge, die sich zum Zeitpunkt  $k \cdot t_s$  im  $j$ -ten Segment aufhalten, werden mit dieser Annahme lediglich als eine Stichprobe aus der großen Gesamtheit aller sich – nach Voraussetzung – in diesem Segment befindlichen Fahrzeuge angesehen (Kontinuumshypothese).

Die beiden Größen  $\rho_j$  und  $\bar{v}_j$  werden auch als *mittlere momentane Größen* bezeichnet, da sie sich auf einen festen Zeitpunkt beziehen. Die andere Kategorie an Variablen wird als *lokale (Referenz-)Größen* bezeichnet, da diese auf einem festen Ort definiert sind. Im Verkehrsflußmodell werden von dieser zweiten Sorte die mittlere lokale Geschwindigkeit  $\bar{w}_l$  und die Verkehrsstärke  $q_l$  verwendet. Die Bezeichnungen Verkehrsfluß und Verkehrsstärke sind gleichbedeutend. Ähnliches gilt für die verwendeten Indices  $l$  und  $j$  – sie besitzen, wie Abbildung 3.1 verdeutlicht, identische Werte. Die Unterscheidung wurde eingeführt, um darauf hinzuweisen, daß sich die mit dem Index  $j$  versehenen Größen auf den Inhalt eines Segmentes beziehen, während mit  $l$  versehene Größen am Übergang zweier Segmente definiert sind. Entsprechend ergeben sich die Einheiten der zugehörigen Größen.

Obwohl die beiden Zustandsgrößen Segmentgeschwindigkeit  $\bar{v}$  und Verkehrsdichte  $\rho$  den aktuellen Zustand des Systemes vollständig beschreiben, ist die Einführung der beiden lokalen Größen (Verkehrsstärke  $q_l$  und mittlere lokale Geschwindigkeit  $\bar{w}_l$ ) notwendig, da sie sich erheblich einfacher messen lassen, als dies für die Zustandsgrößen der Fall ist.

- Die **Verkehrsstärke**  $q_l$  an einem Querschnitt ist definiert als die Anzahl der Fahrzeuge  $N_l^\diamond$ , die diesen Querschnitt in einem Zeitintervall  $t_s$  überqueren, dividiert durch die Länge dieses Zeitintervalls:

$$q_l = \frac{N_l^\diamond}{t_s} . \quad (3.1.3)$$

Die Verkehrsstärke wird in Fahrzeugen pro Stunde ( $\frac{FZ}{h}$ ) angegeben.

- Die **mittlere lokale Geschwindigkeit**  $\bar{w}_l$  an einem Querschnitt ist definiert als das arithmetische Mittel der (Einzel-)Geschwindigkeiten  $v_{i,l}$  jener Fahrzeuge, die diesen Querschnitt in einem Zeitintervall  $t_s$  überqueren:

$$\bar{w}_l = \frac{1}{N_l^\diamond} \sum_{i=1}^{N_l^\diamond} v_{i,l} . \quad (3.1.4)$$

Die Einheit der mittleren lokalen Geschwindigkeit entspricht der aller hier verwendeten Geschwindigkeiten: Kilometer pro Stunde ( $\frac{km}{h}$ ).

### 3.1.2 Bestimmung der lokalen Größen

In orts- und zeitkontinuierlichen Systemen gilt für den Transport von Materie, daß sich die Verkehrsstärke  $q(\xi, t)$  als Produkt aus Dichte  $\rho(\xi, t)$  und Geschwindigkeit  $\bar{v}(\xi, t)$  in Abhängigkeit der Ortsvariablen  $\xi$  und der Zeitvariablen  $t$  darstellen läßt

$$q(\xi, t) = \rho(\xi, t) \cdot \bar{v}(\xi, t) . \quad (3.1.5)$$

Dabei ist zu beachten, daß sich die Geschwindigkeit  $\bar{v}(\xi, t)$  aufgrund der Kontinuumshypothese (Seite 10) bestimmen läßt.

Im ortsdiskreten Fall sind Dichte und Geschwindigkeit zwischen den Segmentsgrenzen nicht definiert. Obwohl es durchaus möglich wäre, das makroskopische Modell durch eine mikroskopische Komponente zu ergänzen<sup>1</sup>, werden die beiden lokalen Größen bei Cremer/Payne [3] aufgrund einer gewichteten Mittelwertbildung (und unter der Annahme eines homogenen Verkehrsflusses) heuristisch ermittelt:

$$q_{l=j} = \alpha \cdot \rho_j \cdot \bar{v}_j + (1 - \alpha) \rho_{j+1} \cdot \bar{v}_{j+1}, \quad 1 \leq j < n \text{ und } \frac{1}{2} < \alpha < 1 \quad (3.1.6)$$

Das stromaufwärts gelegene Segment wird stärker gewichtet, d.h.  $\alpha > \frac{1}{2}$ . Dabei wird angenommen, daß sich Dichte und Geschwindigkeit innerhalb eines Zeitintervalls stromabwärts bewegen. Dies ist für ungebundenen Verkehr durchaus korrekt. Die mittlere lokale Geschwindigkeit des  $k$ -ten Zeitschrittes wird in gleicher Weise bestimmt:

$$\bar{w}_l = \alpha \cdot \bar{v}_j + (1 - \alpha) \bar{v}_{j+1}, \quad 1 \leq j < n \text{ und } \frac{1}{2} < \alpha < 1 \quad (3.1.7)$$

---

<sup>1</sup>Man spricht in diesem Fall von der sogenannten mesoskopischen Modellierung. Dabei wird für jedes in den Abschnitt einfahrende Fahrzeug  $FZ_i$  durch Extrapolation ermittelt, wo es sich, zu Beginn des zugehörigen Zeitschrittes befunden habe müßte ( $\xi_{k_0}^{FZ_i}$ ). Zu jedem folgenden Zeitschritt  $k$  kann nun unter Verwendung der ermittelten Segmentsgeschwindigkeiten  $\bar{v}_{k,j}$  der vermutete Aufenthaltsort  $\xi_k^{FZ_i}$  bestimmt werden. Auf dieser Grundlage lassen sich dann die Verkehrsströme  $q_{k,l}$  durch Addition ermitteln.

### 3.1.3 Bestimmung der Zustandsvariablen

#### 3.1.3.1 Bestimmung der Fahrzeugdichte $\rho_j$

Die Fahrzeugdichte  $\rho_j$  wird nach Gleichung (3.1.1) berechnet als die Anzahl  $N_j$  der Fahrzeuge im  $j$ -ten Segment dividiert durch die Länge  $\xi_{s,j}$  dieses Segmentes.

Während  $\xi_{s,j}$  von vorneherein bekannt ist, läßt sich die Anzahl  $N_j$  aufgrund einer Fahrzeugstrombilanz (Abbildung 3.2) ermitteln: Die zeitliche Änderung derselben ist gleich der Summe aller regulären Zu- ( $q_{l-1}$ ) und Abströme ( $-q_l$ ) des  $j$ -ten Segmentes ( $l = j$ ), korrigiert um die Summe aller, z.B. durch Auf- und Abfahrten verursachten Sonderströme ( $q_j^{zu}$  bzw.  $-q_j^{ab}$ ):

$$\frac{\Delta N_j}{t_s} = q_{l-1} - q_l + q_j^{zu} - q_j^{ab} \quad (3.1.8)$$

$\Delta N_j$  ist dabei gleich der Differenz zwischen der Anzahl  $N_{(k-1),j}$  an Fahrzeugen, die sich zum  $k-1$ ten Zeitpunkt im Segment befanden und der Anzahl  $N_{k,j}$ , die dies zum aktuellen Zeitpunkt  $k$  noch sind.

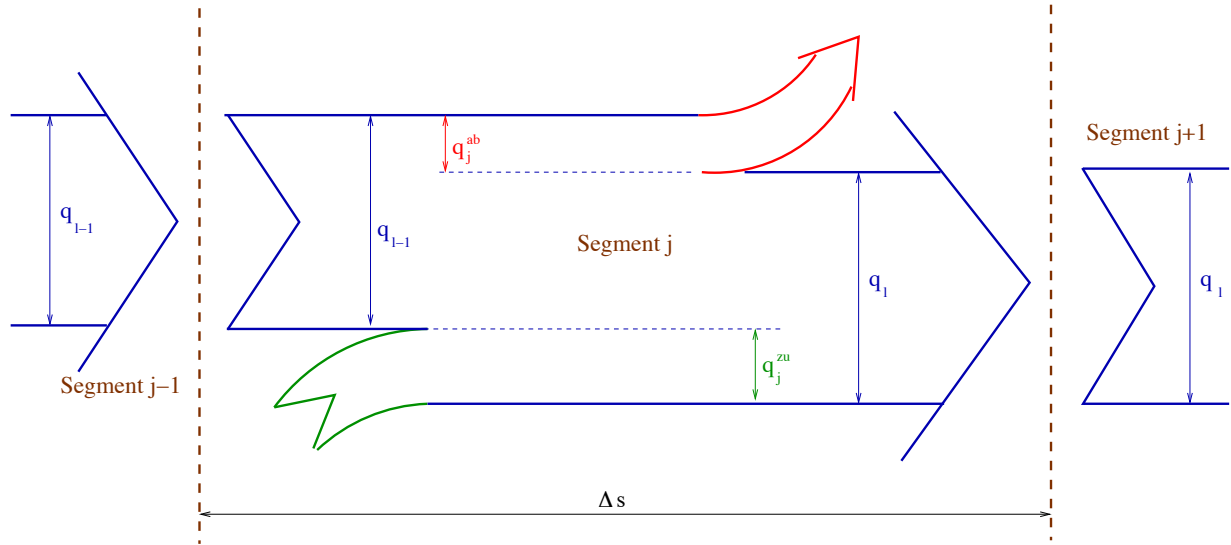


Abbildung 3.2: Fahrzeugstrombilanz

Setzt man Gleichung (3.1.6) in Gleichung (3.1.8) ein, so erhält man (alle Variablen verstehen sich zum Zeitpunkt  $k \cdot t_s$ )

$$\frac{\Delta N_j}{t_s} = \alpha \cdot \rho_{j-1} \cdot \bar{v}_{j-1} + (1 - 2\alpha)\rho_j \cdot \bar{v}_j - (1 - \alpha)\rho_{j+1} \cdot \bar{v}_{j+1} + q_j^{zu} - q_j^{ab} \quad (3.1.9)$$

Unter Verwendung der Beziehung

$$\rho_j = \frac{N_j}{\xi_{s,j}} \quad (3.1.1)$$

und der Abkürzung

$$v_s = \frac{\xi_{s,j}}{t_s} \quad (3.1.10)$$

für die abtastbedingte Grenzgeschwindigkeit erhält man für die gesuchte Fahrzeugdichte

$$\rho_{(k+1),j} = \frac{t_s}{\xi_{s,j}} \{ \alpha \rho_{j-1} \bar{v}_{j-1} + (v_s + (1 - 2\alpha) \bar{v}_j) \rho_j + (\alpha - 1) \rho_{j+1} \bar{v}_{j+1} + q_j^{zu} - q_j^{ab} \}_k \quad (3.1.11)$$

Die Größen der rechten Seite dieser Differenzgleichung beziehen sich dabei auf den jeweils vorhergehenden Zeitschritt ( $k$ ).

Die dabei verwendete abtastungsbedingte Grenzgeschwindigkeit  $v_{s,j}$  beschreibt jene Geschwindigkeit, welche notwendig wäre, um die der Länge des  $j$ -ten Segments entsprechende Strecke  $\xi_{s,j}$  innerhalb des Zeitintervalls  $t_s$  zurückzulegen. Um zu verhindern, daß ein Fahrzeug innerhalb eines Zeitintervalls mehr als einen Querschnitt passieren kann, muß  $v_{s,j}$  also größer sein, als die maximale Einzelgeschwindigkeit. Leider läßt sich letztere a priori nicht bestimmen, so daß als Maß für die maximale Zeitintervalllänge die (aus der Filtertechnik entlehene) Faustformel

$$t_s \leq \frac{\bar{v}_{frei}}{2 \cdot \xi_{s,j}} \quad (3.1.12)$$

vorgeschlagen wird.

### 3.1.3.2 Die Segmentgeschwindigkeit $\bar{v}$

Die Differenzgleichung der Segmentgeschwindigkeit setzt sich aus drei Termen zusammen.

$$\bar{v}_{(k+1),j} = \left( \underbrace{\bar{v}_j + \frac{\bar{v}_j}{v_s} \cdot [\bar{v}_{j-1} - \bar{v}_j]}_{\text{Konvektion}} + \underbrace{\frac{\varsigma \cdot t_s}{\tau \cdot \xi_{s,j}} \cdot \left[ \frac{\rho_j - \rho_{j+1}}{\rho_j + \kappa} \right]}_{\text{Antizipation}} + \underbrace{\frac{t_s}{\tau} \cdot [\mathcal{V}(\rho_j) - \bar{v}_j]}_{\text{Relaxation}} \right)_k \quad (3.1.13)$$

Wie zuvor gilt, daß alle Variablen auf der rechten Seite die Werte des vorhergehenden Zeitpunkts  $k \cdot t_s$  annehmen mögen.

**Die Konvektion** beschreibt die stromabwärts gerichtete Fortbewegung eines örtlichen Geschwindigkeitsprofils.

**Die Antizipation** beschreibt das vorausschauende Fahren, also die Berücksichtigung von stromabwärts gelegenen Dichteänderungen durch den Fahrer und wurde mit dem Empfindlichkeitsfaktor  $\varsigma$  bedacht. Der Parameter  $\kappa$  verhindert die Division durch sehr kleine Größen.

**Die Relaxation** beschreibt die Anpassung der Geschwindigkeit an den für gleichförmige und stationäre Verkehrsverhältnisse angenommenen Zustand. Dabei wird davon ausgegangen, daß die mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}_j$  eines Streckenabschnittes jeweils jenen Wert annimmt, der den aktuellen Verkehrs- und Straßenverhältnissen angepaßt ist. Aufgrund der Annahme, daß Straßen- und Witterungsverhältnisse über größere Zeiträume unverändert bleiben, wird diese Abhängigkeit vereinfacht als Funktion der Dichte  $\rho_j$  dargestellt und als Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik bezeichnet.

Die im Modell verwendete Charakteristik

$$\mathcal{V}(\rho) = \bar{v}_{\text{frei}} \left[ 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{\text{max}}} \right)^l \right]^m \quad (3.1.14)$$

verfügt über die Parameter

- $\bar{v}_{\text{frei}}$   
Hierunter versteht man jene Geschwindigkeit, welche bei unbeeinflusstem (freien) Fahren auf freier Fahrbahn ( $\rho \rightarrow 0$ ) im Mittel aller Fahrzeuge erreicht wird.
- $\rho_{\text{max}}$   
Unter der maximalen Dichte versteht man jenen theoretischen Wert, an dem  $\mathcal{V}(\rho) = 0$  wird, d.h. der Stau so dicht geworden ist, daß kein weiteres Fahren mehr möglich ist, da die Fahrzeuge quasi Stoßstange an Stoßstange auf der Fahrbahn zum Stehen gekommen sind.
- $l$  und  $m$   
Diese beiden Parameter dienen dazu, die Form der Charakteristik zu verändern und sind ein Maß für die Flachheit des Graphen in seinen beiden Endbereichen. Je größer  $l$  gemacht wird, desto größer wird der Bereich, in welchem die der Dichte zugeordnete Geschwindigkeit nahe bei  $v_{\text{frei}}$  liegt. In gleicher Weise läßt sich der Bereich, in welchem die der Dichte zugeordnete Geschwindigkeit sehr klein bleibt mittels des Parameters  $m$  beeinflussen. Abbildungen 3.3 und 3.4 verdeutlichen diesen Zusammenhang.

Die Bestimmung der Parameter kann mittels der Methode der kleinsten Fehlerquadrate zwischen Meß- und Funktionswert erfolgen. Die Parameter hängen insofern stark vom betrachteten Meßquerschnitt ab. Beispiele für (reale) Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik-Verläufe finden sich in den Abbildungen 5.6, 5.7 und 5.39.

$\bar{v}_{\text{frei}}$	$\rho_{\text{max}}$ (pro Spur)	$l$	$m$	$t_s$	$\xi_s$	$\alpha$	$\varepsilon$	$\kappa$	$\tau$	$\zeta$
$122,4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	$100 \frac{\text{FZ}}{\text{km}}$	1,4	4	$\frac{1}{360} h$	500m	0,8	0,2	$20 \frac{\text{FZ}}{\text{km}}$	$\frac{34}{3600} h$	$21,6 \frac{\text{km}^2}{\text{h}}$

Tabelle 3.1: Von Cremer [3] vorgeschlagene Parametrisierung.

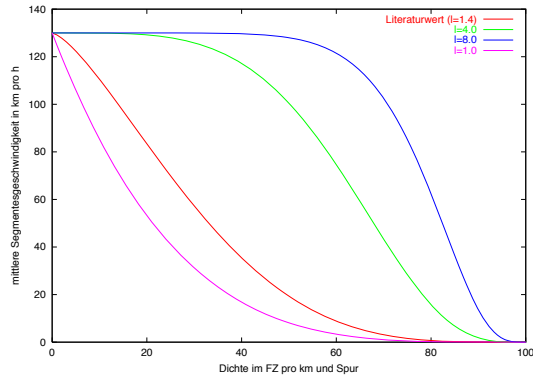


Abbildung 3.3: Abhängigkeit der Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik vom Parameter  $l$

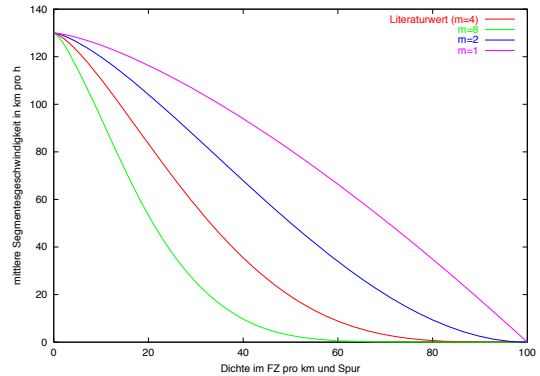


Abbildung 3.4: Abhängigkeit der Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik vom Parameter  $m$

Fährt ein Fahrzeug in ein Segment mit veränderter Verkehrsdichte ein, so wird angenommen, daß sich dessen Geschwindigkeit der neuen Verkehrssituation anpaßt. Der zugehörige Geschwindigkeitsgradient wird als proportional der Abweichung zwischen aktueller Einzel- und stationärer Segmentgeschwindigkeit angenommen. Der Proportionalitätsfaktor sei mit  $\frac{1}{\tau}$  angegeben.

### 3.1.4 Das Verkehrsstärke-Dichte-Diagramm

Beim Verkehrsstärke-Dichte-Diagramm wird die Verkehrsstärke  $q$  als Funktion der Fahrzeugdichte  $\rho$  und in Abhängigkeit der Anzahl an Fahrspuren für den stationären Fall ( $\rho_j = \rho$  und  $\bar{v}_j = \bar{v}$ ,  $j = 1, \dots, n$ ) dargestellt (Abbildung 3.1.4).

Dieser Verlauf wird oftmals auch als Fundamentaldiagramm der Verkehrsflußmodellierung bezeichnet, da es den Zusammenhang der wichtigsten Verkehrsgrößen darstellt. Der maximale Fahrzeugdurchsatz stellt mathematisch ein globales Maximum dar, welches sich durch Ableitung der Beziehung aus Gleichung (3.1.5) nach der Dichte und anschließendes Nullsetzen ermitteln läßt.

$$\frac{dq}{d\rho} = \frac{d}{d\rho} (\bar{v} \cdot \rho) = 0 \quad (3.1.15)$$

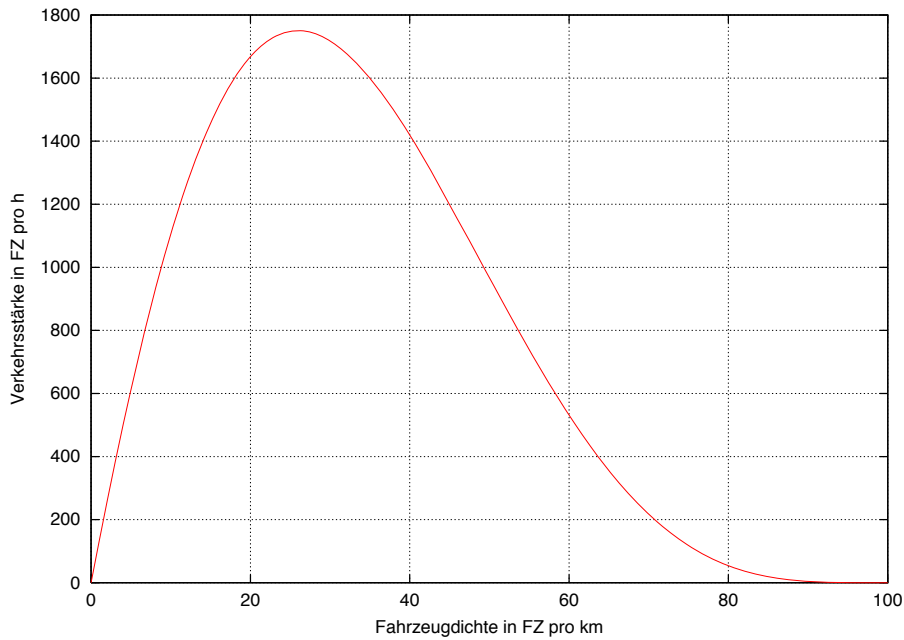


Abbildung 3.5: Das Fundamentaldiagramm nach Cremer [3]

Legt man die Cremer'sche Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik zugrunde, so ergibt sich

$$\rho_{\text{krit}} = \frac{\rho_{\text{max}}}{\sqrt{1 + m \cdot l}} \quad (3.1.16)$$

und daraus

$$q_{\text{krit}} = \frac{\rho_{\text{max}} \cdot \bar{v}_{\text{frei}}}{\sqrt{1 + m \cdot l}} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_{\text{max}}} \right)^l \right]^m \quad (3.1.17)$$

Dieser Hochpunkt wird als *kritischer Punkt* bezeichnet, da er auch die Stabilitätsgrenze des (linearisierten) Systems markiert [11]. Eine Überschreitung dieser Grenze führt oftmals zu Stauungen.

Verwendet man die von Cremer vorgeschlagenen Parameter (Tabelle 3.1) und berücksichtigt, daß sich sowohl  $\rho_{\text{krit}}$  als auch  $q_{\text{krit}}$  als Produkt aus Fahrspuranzahl und einem spurbezogenen Maximalwert darstellen läßt, so ergibt sich Tabelle 3.2.

$\rho_{\text{krit}}$	$q_{\text{krit}}$	$\bar{v}_{\text{krit}}$	$v_s$
$25,98 \frac{\text{FZ}}{\text{km}}$	$1650,75 \frac{\text{FZ}}{\text{h}}$	$63,54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$	$180 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

Tabelle 3.2: Aufgrund der Cremer'schen Parametrisierung (Tabelle 3.1) ermittelte Größen.

### 3.1.5 Beschränkungen der Zustandsgrößen

Aufgrund der im Modell verwendeten Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik sind die Zustandsgrößen lediglich auf einem beschränkten Bereich definiert. Um das Erreichen nicht definierter Zustände zu verhindern, wird daher verlangt, daß die Zustandsgrößen sich stets innerhalb dieser Grenzen bewegen:

$$0 \leq \bar{v}_j \leq \bar{v}_{\text{frei}}, \quad j=1, \dots, n \quad (3.1.18)$$

$$0 \leq \rho_j \leq \rho_{\text{max}}, \quad j=1, \dots, n \quad (3.1.19)$$

Beschränkungen von Zustandsvariablen sind leider immer mit dem Problem verbunden, daß sie ein aufwendiges Korrekturverfahren verursachen, damit keinerlei Fahrzeuge verloren gehen können. Für den Einsatz des Verkehrsflußmodells innerhalb eines Beobachter- oder Filterverfahrens ist dies jedoch nicht erforderlich, da die laufende Anpassung der Simulation an die Realität und die Meßfehler die Bilanzprinzipien von vorneherein verletzen.

### 3.1.6 Das stochastische Verkehrsmodell

Die stochastische Erweiterung des Verkehrsflußmodells wird nötig, da bei einer rein makroskopischen Betrachtung lediglich Fahrzeugkollektive betrachtet werden, einzelne Fahrzeug-Fahrer-Einheiten mit individuellem Folge- und Spurwechselverhalten jedoch unberücksichtigt bleiben. Während dies bei der reinen Simulation von Verkehrsflüssen nicht beachtet wird, können diese und andere zufällige Gegebenheiten der Umgebung für die Schätzung realer Verkehrszustände nicht vernachlässigt werden. Diese Fluktuationen lassen sich im makroskopischen Modell durch stochastische Rauschterme nachgebildet, welche den deterministischen Zustands-differenzgleichungen (3.1.11) und (3.1.13) als (Prozeß-)Rauschen überlagert werden. Die Terme der rechten Seite gelten wiederum zum jeweils vorhergehenden Zeitpunkt  $k$ .

$$\begin{aligned} \rho_{(k+1),j} = \frac{t_s}{\xi_{s,j}} \{ & \alpha \rho_{j-1} \bar{v}_{j-1} + (v_s + (1 - 2\alpha) \cdot \bar{v}_j) \rho_j + \\ & + (\alpha - 1) \cdot \rho_{j+1} \bar{v}_{j+1} + q_j^{zu} - q_j^{ab} \} + \varphi_{j-1} - \varphi_j \end{aligned} \quad (3.1.20)$$

$$\bar{v}_{(k+1),j} = \bar{v}_j + \frac{\bar{v}_j}{v_s} \cdot [\bar{v}_{j-1} - \bar{v}_j] + \frac{\varsigma}{\tau \cdot v_s} \cdot \left[ \frac{\rho_j - \rho_{j+1}}{\rho_j + \kappa} \right] + \frac{t_s}{\tau} \cdot [\mathcal{V}(\rho_j) - \bar{v}_j] + \psi_j \quad (3.1.21)$$

### 3.1.7 Bestimmung der Randwerte

Mittels der Gleichungen (3.1.20) und (3.1.21) ist das Verkehrsflußmodell bis auf die Ränder bestimmt. Jeweils ein durch Meßquerschnitte begrenzter Abschnitt einer Richtungsfahr-  
bahn wird als eigenständiges System modelliert. Dies hat den Vorteil, daß die Ordnung  
des Systems klein – bei  $n$  Segmenten besitzt das Modell die Ordnung  $2n$  – bleibt, und daß  
an den Rändern des modellierten Abschnittes Meßwerte zur Verfügung stehen. Für das  
Verkehrsflußmodell ist festzulegen, welche der gemessenen Größen  $q_{in}$ ,  $q_{out}$ ,  $w_{in}$  und  $w_{out}$   
Eingangsgrößen (Ursachen) für den modellierten Abschnitt sind und welche als Ausgangs-  
größen (Auswirkungen) betrachtet werden sollen. Eingangsgrößen sind dabei jene Größen,  
die von außen, unabhängig vom System selbst, auf das System (Verkehrsflußmodell) ein-  
wirken, während Ausgangsgrößen als die Wirkungen des Systems selbst zu begreifen sind.  
In anderen Worten bedeutet dies, daß Meßwerte, die als Eingangsgrößen definiert werden,  
direkt als Eingänge in das Modell einfließen, während Meßwerte, die als Ausgangsgrößen  
definiert werden für das eigentliche Modell ohne Bedeutung sind, d.h. nicht verwendet wer-  
den. Eine Möglichkeit, die Randwerte zu bestimmen, stellt die lineare Extrapolation der  
Zustandsgrößen dar.

$$q_0 = \rho_1 \cdot \bar{v}_1 - \alpha (\rho_2 \cdot \bar{v}_2 - \rho_1 \cdot \bar{v}_1) \quad (3.1.22)$$

$$q_n = \rho_n \cdot \bar{v}_n + (1 - \alpha) \cdot (\rho_n \cdot \bar{v}_n - \rho_{n-1} \cdot \bar{v}_{n-1}) \quad (3.1.23)$$

$$\bar{w}_0 = \bar{v}_1 + \alpha \cdot (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \quad (3.1.24)$$

$$\bar{w}_n = \bar{v}_n + (1 - \alpha) \cdot (\bar{v}_n - \bar{v}_{n-1}) \quad (3.1.25)$$

Welche Meßgrößen extrapoliert und welche z.B. durch Extrapolation ermittelt werden,  
hängt von der jeweiligen Anwendung im Verkehrsmodell ab und ist darüberhinaus eine  
Funktion des Verkehrszustandes [7].

Das Verkehrsmodell soll dazu eingesetzt werden, den Verkehrszustand im Abschnitt zu  
schätzen. Es ist also notwendig, einige der Randwerte durch Extrapolation zu bestimmen  
und die zugehörigen lokalen Referenzgrößen an den Meßquerschnitten als Ausgangsgrößen  
zu berechnen. Für die Zustandsschätzung hat sich eine Konfiguration mit  $u = q_{in}$  als  
Eingangsgröße und  $y = (\bar{w}_{in}, q_{out}, \bar{w}_{out})^T$  als Ausgangsgröße bewährt [3].

$$u = q_{in} \quad (3.1.26)$$

$$y = \begin{pmatrix} \bar{w}_{in} \\ q_{out} \\ \bar{w}_{out} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{v}_1 - \varepsilon \cdot \alpha (\bar{v}_2 - \bar{v}_1) \\ \rho_n \cdot \bar{v}_n + \varepsilon \cdot (1 - \alpha) \cdot (\rho_n \cdot \bar{v}_n - \rho_{n-1} \cdot \bar{v}_{n-1}) \\ \bar{v}_n + \varepsilon \cdot (1 - \alpha) \cdot (\bar{v}_n - \bar{v}_{n-1}) \end{pmatrix} \quad (3.1.27)$$

Andere mögliche Kombinationen von Ein- und Ausgangsgrößen und ihre Auswirkungen  
auf das Verkehrsflußsysteme werden z.B. in [8] diskutiert.

### 3.1.8 Die Systemgleichungen

Der Zustandsvektor  $x(k)$  faßt alle lokalen Dichtewerte  $\rho_j(k)$  und alle Segmentgeschwindigkeiten  $\bar{v}_j(k)$  (mit  $j = 1, \dots, n$ ) für den  $k$ -ten Zeitschritt zusammen:

$$x(k) = \left( \rho_1(k) \quad \dots \quad \rho_n(k) \mid \bar{v}_1(k) \quad \dots \quad \bar{v}_n(k) \right)^T . \quad (3.1.28)$$

Bei  $n$  Segmenten hat der Zustandsvektor  $x(k)$  die Dimension  $2n$ . Die in Kapitel 3.1.5 eingeführten stochastischen Anteile werden in der Zufallsmatrix  $\Psi$  zusammengefaßt.

$$\Psi = \left( \begin{array}{cccc|ccc} -\varphi_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{(\varphi_2 - \varphi_1)}{v_{s,1}} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{(\varphi_n - \varphi_{n-1})}{v_{s,n}} & 0 & \dots & 0 \\ \hline 0 & \dots & & 0 & \psi_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & & 0 & 0 & \dots & \psi_n \end{array} \right) \quad (3.1.29)$$

Die Ausgangsgrößen in  $y$  repräsentieren (fehlerbehaftete) Meßwerte. Daher ist es notwendig, das sogenannte Meßrauschen

$$r = (r_1, r_2, r_3)^T \quad (3.1.30)$$

einzuführen, welches die Meßfehler nachbildet.  $r$  ist dabei eine Funktion der Genauigkeit der Meßsensoren: Je ungenauer ein Meßsensor arbeitet, desto größer wird die Varianz des zugehörigen Wertes in  $r$ .

Es wird angenommen, daß die auftretenden Rauschterme mittelwertfrei und in sich selber unkorreliert sind. Unter dieser Annahme können die Rauschterme als weißes Rauschen nachgebildet werden, d.h. es gilt:

$$E[\varphi(k)] = 0 \quad (3.1.31)$$

$$E[r(k)] = 0 \quad (3.1.32)$$

$$E[\varphi(k_1) \cdot \varphi^T(k_2)] = Q(k) \cdot \delta_{k_1 k_2} \quad (3.1.33)$$

$$E[r(k_1) \cdot r^T(k_2)] = R(k) \cdot \delta_{k_1 k_2} . \quad (3.1.34)$$

Das verwendete Kronecker-Symbol  $\delta_{k_1 k_2}$  ist definiert als

$$\delta_{k_1 k_2} = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } k_1 = k_2 \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases} . \quad (3.1.35)$$

Die beiden zugehörigen Kovarianzmatrizen  $Q$  und  $R$  lassen sich wie folgt definieren, wobei  $E\varphi(i)^2 = E[\varphi_i^2]$ ,  $Er_i^2 = E[r_i^2]$ ,  $E(r_i^2 + \varphi_j^2) = E[r_i^2] + E[\varphi_j^2]$ ,  $E\varphi_{(i)+}^2 = E[\varphi_i^2] + E[\varphi_{i+1}^2]$  und  $E\psi_i^2 = E[\psi_i^2]$  sei.

$$R = \begin{pmatrix} Er_1^2 & 0 & 0 \\ 0 & E(r_2^2 + \varphi_n^2) & 0 \\ 0 & 0 & Er_3^2 \end{pmatrix} \quad (3.1.36)$$

$$Q = \begin{pmatrix} Q_\varphi & 0 \\ 0 & Q_\psi \end{pmatrix} \quad (3.1.37)$$

mit

$$Q_\varphi = \begin{pmatrix} E\varphi_1^2 & -E\varphi_1^2 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -E\varphi_1^2 & E\varphi_{(1)+}^2 & -E\varphi_2^2 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -E\varphi_{n-2}^2 & E\varphi_{(n-2)+}^2 & -E\varphi_{n-1}^2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -E\varphi_{n-1}^2 & E\varphi_{(n-1)+}^2 \end{pmatrix} \quad (3.1.38)$$

$$Q_\psi = \begin{pmatrix} E\psi_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & E\psi_n^2 \end{pmatrix} \quad (3.1.39)$$

Die Korrelation von Meß- und Prozeßrauschen (der Term  $\varphi_n^2$  tritt sowohl in der Meß- als auch in der Systemgleichung auf) wird vernachlässigt:

$$E[\Psi(i) \cdot r^T(k)] \approx 0 \quad (3.1.40)$$

Damit kann das dynamische System des Verkehrsflusses nun wie folgt angeschrieben werden:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + \Psi_k \quad (3.1.41)$$

$$y_k = h(x_k) + r_k \quad (3.1.42)$$

mit

$$x \in \mathbb{R}^{2n}, u \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}^3, f: (\mathbb{R}^{2n} \times \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^{2n}, h: \mathbb{R}^{2n} \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad (3.1.43)$$

## 3.2 FCD-Erweiterung des Verkehrsmodells

Die von den FCD-Fahrzeugen übertragenen Einzelgeschwindigkeiten sollen als Meßwerte der Ausgangsgrößen des Verkehrsmodells verwendet werden. Damit ändert sich das durch die Gleichungen 3.1.20 und 3.1.21 beschriebene Verkehrsflußmodell durch die Verwendung der FCD-Informationen nicht. Dies ist insbesondere deshalb wichtig, da durch die Aufgabenstellung nicht garantiert werden kann, daß zu jedem Zeitschritt eine zur Prognose ausreichende Anzahl an FCD-Fahrzeugen Daten übermittelt, die Modellstruktur andernfalls also zeitvariant würde.

### 3.2.1 FCD-Geschwindigkeit und Verkehrsflußmodell

Bei den als FC-Daten übermittelten (bzw. aus den Daten ermittelbaren) Geschwindigkeiten handelt es sich um die Geschwindigkeit eines einzelnen Fahrzeuges zu einem bestimmten Zeitpunkt. Die im Verkehrsflußmodell verwendete Segmentsgeschwindigkeit  $\bar{v}$  repräsentiert hingegen den Mittelwert der Einzelgeschwindigkeiten aller sich im Segment befindlichen Fahrzeuge. Die vom FCD-Fahrzeug gefahrene Geschwindigkeit ist demnach in der Segmentsgeschwindigkeit enthalten.

Will man die vom FCD-Fahrzeug übermittelte Einzelgeschwindigkeit nutzen, um daraus Informationen über den Verkehrszustand im jeweiligen Segment zu gewinnen, ist es erforderlich zu untersuchen, welchen Aussagegehalt die Geschwindigkeit eines Einzelfahrzeuges für die Segmentsgeschwindigkeit hat. Dieser Frage wird in Kapitel 5 nachgegangen werden.

Aufgrund der übertragenen Einzelgeschwindigkeit  $\nu_i$  wird dabei eine die mittlere Geschwindigkeit in der Umgebung des Fahrzeuges charakterisierende Geschwindigkeit  $\bar{\nu}_i^{FCD}$  bestimmt werden. Im einfachsten Fall gilt  $\bar{\nu}_i^{FCD} = \nu_i$ . Die Qualität dieser so ermittelten Geschwindigkeit in Bezug auf die tatsächlich in der Umgebung des Fahrzeugs vorhandene mittlere Geschwindigkeit wird durch einen Kovarianzwert  $\gamma_i^2$  beschrieben. Dieser Kovarianzwert soll direkt als Rauschparameter angesehen werden, d.h. weitere Einflüsse wie z.B. die von Fahrzeug zu Fahrzeug unterschiedlichen Meßfehler werden vernachlässigt. Die Position des Fahrzeuges in Richtung der Autobahn läßt sich mittels eines Mapmatchingverfahrens direkt aus der GPS-Position des Fahrzeuges und einer elektronischen Landkarte des betrachteten Autobahnabschnittes bestimmen.

### 3.2.2 Segmentierungsverfahren

Grundsätzlich gibt es zwei verschiedene Vorgehensweisen um die fahrzeugbezogenen Geschwindigkeiten ( $\bar{\nu}_i^{FCD}$ ) dem Modell als Meßgrößen zuzuführen. Im einen Fall, im Folgenden mit *fahrzeugbasiert* bezeichnet, werden dem Modell die einzelnen fahrzeugbezogenen Geschwindigkeiten ( $\bar{\nu}_i^{FCD}$ ) direkt zugeführt. Im priorisierten und im Folgenden mit *segmentbasiert* bezeichneten Ansatz werden die fahrzeugbezogenen Geschwindigkeiten hingegen segmentsweise aggregiert und dem Modell lediglich diese aggregierten Werte als Meßgrößen zugeführt.

### 3.2.2.1 Segmentbasierter Ansatz

Beim segmentbasierten Ansatz liegt der Schwerpunkt auf den im Modell definierten Segmenten. Jedes FCD-Fahrzeug wird aufgrund seines Ortes  $\xi_k$  einem einzigen Segment fest zugeordnet. Die genaue Fahrzeugposition im Segment spielt also keine weitere Rolle. Die damit erhaltene Genauigkeit der Ortsinformation entspricht der des Modells.

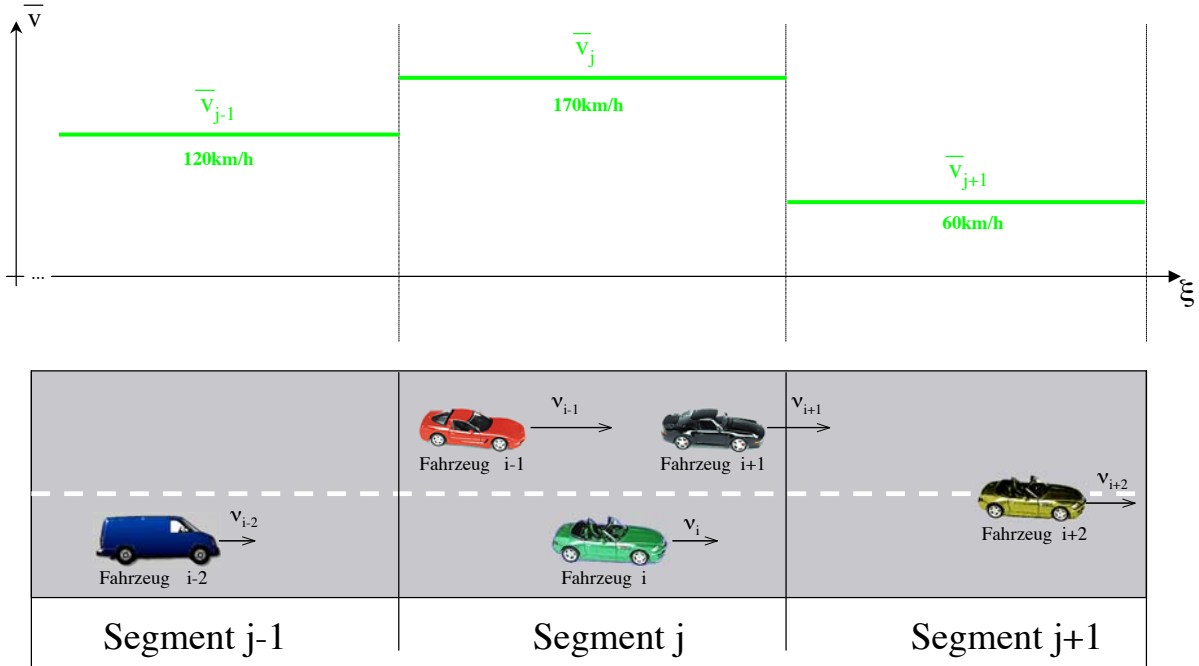


Abbildung 3.6: Segmentbasierter Ansatz: Pro Segment gibt es nur einen Meßwert. Es wurden lediglich die FC-Daten übermittelnden Fahrzeuge dargestellt.

Für jedes im Modell definierte Segment ergibt sich somit genau ein Meßwert, unabhängig von der Anzahl  $m_j$  an FCD-Fahrzeugen im  $j$ ten Segment. Befinden sich mehrere FCD-Fahrzeuge in einem Segment, muß demnach ein geeignetes Mittelungsverfahren gefunden werden. Befindet sich kein FCD-Fahrzeug im Segment, muß dieser Meßwert später ausgeblendet werden. Der Meßvektor  $y$  erhält damit die Dimension  $n + 3$ .

Angenommen, im  $j$ -ten Segment befänden sich  $N_j$  Fahrzeuge. Von diesen  $N_j$  Fahrzeugen hätten  $m_j$  Fahrzeuge einen FC-Datensatz übermittelt. Die Menge dieser  $m_j$  FC-Daten sendenden Fahrzeuge sei mit  $\mathbb{M}_j$  bezeichnet. Jedem dieser Fahrzeuge aus  $\mathbb{M}_j$  sei eine seine Umgebung charakterisierende Geschwindigkeit  $\bar{v}_i^{FCD}$  zugeordnet. Für jedes Segment läßt sich somit der die FCD-Meßwerte enthaltende Spaltenvektor  $\bar{v}_j$  aufstellen

$$\bar{v}_j = \begin{pmatrix} \bar{v}_{i_1}^{FCD} \\ \vdots \\ \bar{v}_{i_m}^{FCD} \end{pmatrix} \text{ mit } i_1, \dots, i_m \in \mathbb{M}_j \quad . \quad (3.2.1)$$

Die zugehörige Kovarianzmatrix  $\check{R}_j$ , welche ein Maß für den Meßfehler und die statistische Abweichung zwischen kollektiver und individueller Geschwindigkeit darstellt, sei wie folgt definiert:

$$\check{R}_j = \begin{pmatrix} \gamma_{i_1}^2 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \gamma_{i_m}^2 \end{pmatrix} \text{ mit } i_1, \dots, i_m \in \mathbb{M} \quad (3.2.2)$$

Gesucht ist nun jene Geschwindigkeit  $\check{v}_j$  (sowie der zugehörige Kovarianzwert  $\check{R}_{jj}$ ), welche dem Modell als Meßwert übergeben werden soll. Betrachtet man in Abbildung 3.6 das gelbe,  $(i + 2)$ te Fahrzeug, so wäre der zugehörige Meßwert  $\check{v}_{j+1}$  identisch der für dieses Fahrzeug bestimmten mittleren Geschwindigkeit  $\bar{v}_{i+2}$ , da es sich um das einzige FCD-Fahrzeug des  $(j + 1)$ ten Segmentes handelt.

Betrachtet man hingegen das  $j$ te Segment, so ist die Anzahl an FCD-Fahrzeugen größer eins. Zur Ermittlung der gesuchten Geschwindigkeit  $\check{v}_j = f(\bar{v}_j, \check{R}_j)$  ist es demnach erforderlich, ein Mittelungsverfahren zu verwenden (Kapitel 3.2.3).

In beiden Fällen liefert das in der zugehörigen Meßgleichung

$$\bar{v}_{k,(j+1)} = \check{H}_{\sigma_k,j+1} \cdot x_k + \check{r}_{k,(j+1)} \quad (3.2.3)$$

definierte Produkt  $(\check{H}_{j+1} \cdot x)$  die zugehörige Segmentsgeschwindigkeit, die in Abbildung 3.6 beispielhaft mit  $\bar{v}_j = 170 \frac{km}{h}$  bzw.  $\bar{v}_{j+1} = 60 \frac{km}{h}$  angegeben ist, zurück.

### 3.2.2.2 Fahrzeugbasierter Ansatz

Beim fahrzeugbasierten Ansatz steht das einzelne FCD-Fahrzeug im Mittelpunkt der Betrachtung. Jedes FCD-Fahrzeug liefert einen eigenständigen Meßwert  $\bar{v}_i^{FCD}(\xi, k) = y_{k,i}^{FCD}$ . Die zugehörige Meßgleichung ergibt sich zu

$$y_{k,i}^{FCD} = h_{\sigma_k}(x_k) + r_{k,i}^{FCD} . \quad (3.2.4)$$

$r^{FCD}$  repräsentiert dabei den Meßfehler und den Unterschied zwischen kollektiver und individueller Geschwindigkeit.  $h_{\sigma_k}$  gewichtet die Segmentsgeschwindigkeiten  $\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_n$  entsprechend der Position des Fahrzeuges. Dabei werden lediglich die Segmentsgeschwindigkeiten der beiden nächstgelegenen Segmente berücksichtigt. Die Interpolation erfolgt linear.

Abbildung 3.7 verdeutlicht diesen Vorgang. Beispielhaft sei das rote, mit  $i - 1$  bezeichnete Fahrzeug herausgenommen. Es befindet sich  $35m$  vom Segmentsbeginn entfernt. Die Segmentlänge beträgt  $200m$ . Die Gewichtungsarme des  $(i - 1)$ ten Fahrzeugs ragen also  $65m$  in das  $j - 1$ te Segment und  $135m$  in das  $j$ te Segment hinein. Ist die im letzten Zeitschritt

bestimmte Segmentgeschwindigkeit des  $j - 1$ -ten Segmentes nun mit  $\bar{v}_{j-1} = 120 \frac{km}{h}$  und die des  $j$ -ten Segmentes mit  $\bar{v}_j = 170 \frac{km}{h}$  gegeben, so ergibt sich die Geschwindigkeit am Ort  $\xi_{i-1}$  des  $(i - 1)$ -ten Fahrzeuges zu

$$\bar{v}_{35m}^{j-tesSegment} = \frac{(100m - 35m) \cdot 120 \frac{km}{h} + (100m + 35m) \cdot 170 \frac{km}{h}}{200m} = 153,75 \frac{km}{h} . \quad (3.2.5)$$

Die Segmentgeschwindigkeit bildet lediglich einen integrierten Verlauf ab und soll sich nicht mit jedem einzelnen Fahrzeug rapide ändern. Dies ist leicht einsichtig, wenn man bedenkt, daß es durchaus möglich wär, daß der in Abbildung 3.7 dargestellte blaue Lastwagen (Fahrzeug  $i - 2$ ) das aktuell einzige Fahrzeug in diesem Segment ist und sicherlich keine  $125 \frac{km}{h}$  schnell fährt.

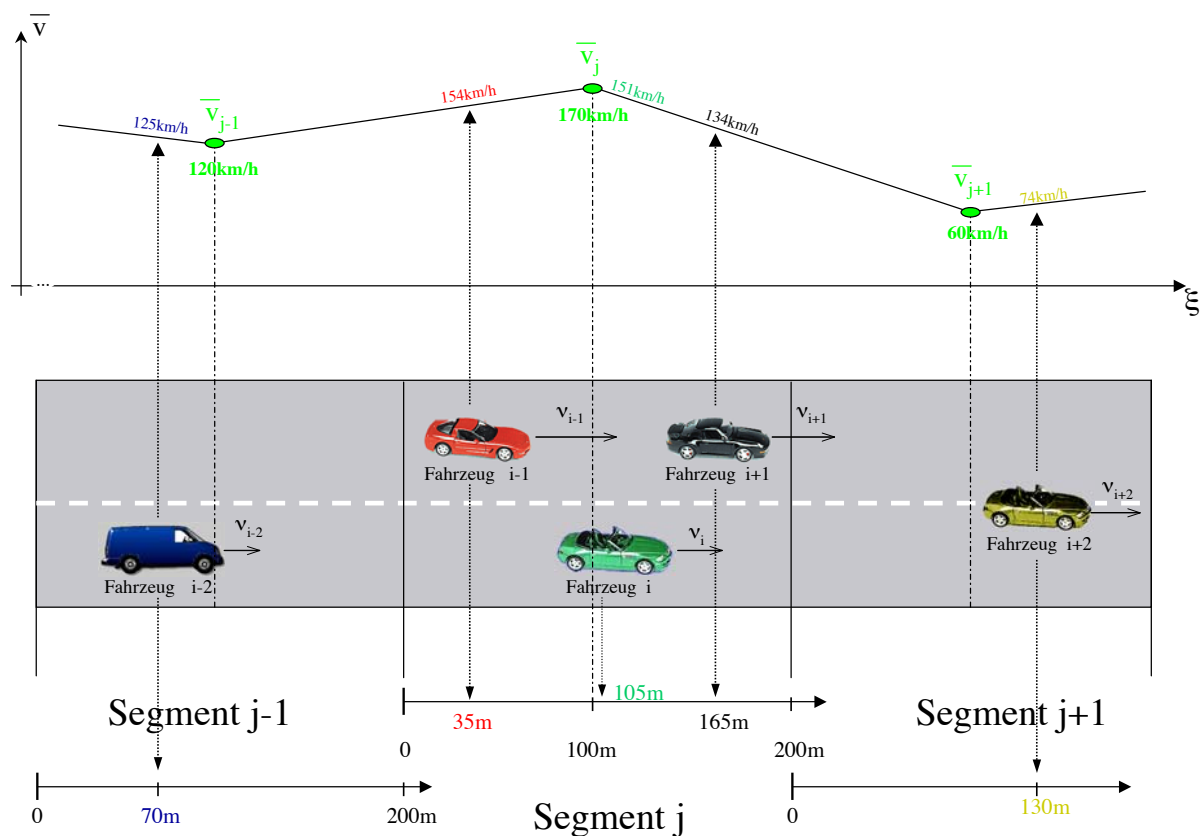


Abbildung 3.7: Fahrzeugbasierterer Ansatz: Jedes FCD-Fahrzeug erhält seinen eigenen Meßpunkt

### 3.2.2.3 Vergleich der beiden Methoden

Der fahrzeugbasierte Ansatz tritt in erster Linie durch seine geradlinige Implementierung und die Tatsache, daß sich für kleine Anzahlen an FCD-Messungen die Dimensionen des zugehörigen Gleichungssystemes kaum ändern, hervor. Nachteilig ist jedoch, daß die Anzahl der FC-Daten übermittelnden Fahrzeuge zum Zeitpunkt der Modellerstellung nicht bekannt ist und daher auch sehr große Werte annehmen kann. Das würde eine Echtzeit-Berechnung unmöglich machen, es sei denn, man würde die Maximalzahl deutlich begrenzen. In diesem Fall ist jedoch die segmentbasierte Implementierung durch ihre festgelegte (und damit begrenzte) Anzahl an Meßwerten dem fahrzeugbasierten Ansatz deutlich überlegen. Der Nachteil der segmentbasierten Implementierung liegt in der Tatsache der nicht garantierten Informationserhaltung, welche jedoch identisch zum Diskretisierungsgrad des Modells ist.

Der segmentbasierte Ansatz ist dem fahrzeugbasierten Ansatz dadurch deutlich überlegen, daß sich die Dimensionen seiner Matrizen (namentlich die Kovarianzmatrix des Meßrauschens  $R$ , der Meßvektor  $y$  und die Ausgangsmatrix  $H$  (bzw.  $h(x)$ )) nicht ändern. Dieser Vorteil verringert sich jedoch für kleinere Anzahlen.

Aufgrund dieser Überlegungen wird es als sinnvoll erachtet im Folgenden den segmentbasierten Ansatz zu verfolgen. Eine mögliche Fusion der beiden Ansätze, welche durch eine kilometerbasierte Aufsplittung und anschließende segmentsweise Abbildung der Meßdaten die Vorteile beider Implementierungen vereinen würde, wurde nicht weiterverfolgt.

### 3.2.3 Mehrere FCD-Messungen in einem Segment

Als geeignetes Mittelungsverfahren wird ein stochastisches Verfahren vorgeschlagen. Gesucht wird dabei derjenige Geschwindigkeitswert  $\check{y}_j$ , welcher auf Basis von

$$\bar{v}_j = \begin{pmatrix} \bar{v}_{i_1}^{FCD} \\ \vdots \\ \bar{v}_{i_m}^{FCD} \end{pmatrix} \text{ mit } i_1, \dots, i_m \in \mathbb{M}_j \quad (3.2.1)$$

und

$$\check{R}_j = \begin{pmatrix} \gamma_{i_1}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \gamma_{i_m}^2 \end{pmatrix} \text{ mit } i_1, \dots, i_m \in \mathbb{M} \quad (3.2.2)$$

die bestmögliche Schätzung der gesuchten Segmentgeschwindigkeit  $\bar{v}_j$  darstellt. Die notwendige Kovarianz  $\check{R}_j$  dieser Schätzung soll ebenfalls bestimmt werden.

Für den Fall  $m_j = 1$  ist die Lösung trivial:  $\check{y}_j$  und  $\bar{v}_j^{FCD}$  sowie  $\check{R}_j$  und  $\check{R}_{jj}$  sind identisch. Für den allgemeinen Fall ( $m_j \geq 1$ ) gelte mit

$$C = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.2.6)$$

der lineare Zusammenhang

$$\underbrace{\bar{v}_j^{FCD}}_{\text{Messungen}} = \underbrace{C}_{\text{bekannte Matrix}} \cdot \underbrace{\check{y}_j}_{\text{Unbekannte}} + \underbrace{\check{r}_j}_{\text{unbekannter Meßfehler}} \quad (3.2.7)$$

$C$  habe dabei die Dimension  $m_j$ . Gleiches gilt für  $\check{r}_j$ .  $\check{y}_j$  ist ein Skalar und stellt die gesuchte, mittlere Geschwindigkeit dar. Die Elemente des Spaltenvektors  $\check{r}_j$  ergeben sich somit als die Differenz aus dem jeweiligen Wert in  $\bar{v}_j^{FCD}$  und  $\check{y}_j$ .

Während der Erwartungswert von  $\check{r}_j$  identisch zu Null sei, soll die zugehörige Kovarianzmatrix gleich der Matrix  $\check{R}_j$  sein:

$$E[\check{r}_j] = 0 \quad (3.2.8)$$

$$E[\check{r}_j \cdot \check{r}_j^T] = \check{R}_j \quad (3.2.9)$$

Es wird angenommen, daß die gesuchte Geschwindigkeit  $\check{y}_j$  einen rein stochastischen Charakter habe. D.h. es existiert kein Vorwissen darüber, welchen Wert  $\check{y}_j$  annehmen wird. Dies bedeutet, daß sowohl der Erwartungswert von  $\check{y}_j$ , als auch der Kehrwert der zugehörigen

Kovarianz  $E[\check{v}_j^2]$  identisch gleich Null sein müssen:

$$E[\check{v}_j] = 0 \quad (3.2.10)$$

$$(E[\check{v}_j^2])^{-1} = 0 \quad (3.2.11)$$

Im Übrigen seien  $\check{v}_j$  und  $\check{r}_j$  unkorreliert:

$$E[\check{v}_j \cdot \check{r}_j] = 0 \quad (3.2.12)$$

Nimmt man an, daß für das betrachtete Segment mindestens eine FCD-Messung vorhanden ist ( $m \geq 1$ ), läßt sich, unter Verwendung eines linearen Schätzers (siehe [1] Seite 71) der *Gauß-Markoffsche-Schätzwert*  $\check{y}_j$  ermitteln. Dieser stellt die bestmögliche Schätzung der gesuchten mittleren Geschwindigkeit  $\check{v}_j$  dar.

$$\check{y}_j = \left( C^T \cdot \check{R}_j^{-1} \cdot C \right)^{-1} \cdot C^T \cdot \check{R}_j^{-1} \cdot \bar{v}_j^{FCD} \quad (3.2.13)$$

hat die Kovarianzmatrix

$$\begin{aligned} \check{R}_{jj} &= E[(\check{v}_j - \check{y}_j) \cdot (\check{v}_j - \check{y}_j)^T] \\ &= \left( C^T \cdot \check{R}_j^{-1} \cdot C \right)^{-1} \\ &= \left( \sum_{i=i_1}^{i_m} \frac{1}{\gamma_i^2(k)} \right)^{-1} \quad \text{mit } i_1, \dots, i_m \in \mathbb{M}_j(k) . \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

Der bestmögliche Schätzwert

$$\check{y}_j(k) = \check{R}_{jj}(k) \cdot \sum_{i=i_1}^{i_m} \frac{\bar{v}_i^{FCD}(k)}{\gamma_i^2(k)} \quad \text{mit } i_1, \dots, i_m \in \mathbb{M}_j(k) . \quad (3.2.15)$$

der gesuchten mittleren Geschwindigkeit  $\check{v}_j$  ergibt sich also als Summe der, durch die – auf Eins normierten – Kehrwerte der zugehörigen Streuungen  $\gamma_i^2$  gewichteten Werte aus  $\bar{v}_j$ . Besitzen alle Meßwerte gleiche Streuungen darf somit das arithmetische Mittel dieser Werte als die (unter den gegebenen Voraussetzungen) beste Schätzung angenommen werden. Besitzen die Meßwerte unterschiedliche Streuungen, werden diejenigen mit geringeren Streuungswerten (und damit größerer Zuverlässigkeit) höher gewichtet, als Meßwerte deren Streuungen größere Werte aufweisen.

Als interessant sind in diesem Zusammenhang zwei Dinge zu erwähnen. Zum einen findet sich die durch Gleichung (3.2.14) gegebene Kovarianzmatrix als Teil von Gleichung 3.2.13 wieder. Zum anderen ist die in Gleichung (3.2.14) gegebene Berechnungsvorschrift der mittleren Streuung  $\check{R}_{jj}$  analog zur Parallelschaltung von Widerständen (mit den Widerstandswerten  $\gamma_i^2$ ).

### 3.2.4 Erweiterung der Modell-Gleichungen

Das zu Anfang dieses Kapitels gegebene Systemmodell (Gleichungen 3.1.41 und 3.1.42) soll nun um die aus den FCD-Messungen gewonnenen und durch das in den vorhergehenden Abschnitten vorgestellte Verfahren aggregierten Größen erweitert werden.

Während sich die Systemdynamik

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + \Psi_k \quad (3.1.41)$$

durch die Einführung weiterer Meßgrößen nicht ändert, muß die Ausgangsgleichung wie folgt erweitert werden:

$$\begin{pmatrix} y_k \\ \check{y}_k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h(x_k) \\ \check{H}_{\sigma_k} \cdot x_k \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} r_k \\ \check{r}_k \end{pmatrix} \quad (3.2.16)$$

$\check{y}_k$  enthält die auf Basis von Gleichung 3.2.15 segmentweise gemittelten FCD-Meßwerte des  $k$ -ten Zeitschrittes:

$$\check{y}_k = \begin{pmatrix} \check{y}_{k,1} \\ \vdots \\ \check{y}_{k,n} \end{pmatrix} . \quad (3.2.17)$$

Dabei gilt die Vereinbarung, daß  $\check{y}_{k,j} = 0$ , falls keine FCD-Daten für das  $j$ -te Segment zum  $k$ -ten Zeitschritt vorliegen:

$$\check{y}_{k,j} = \begin{cases} \check{R}_{k,jj} \cdot \sum_{i=i_1}^{i_m} \frac{\bar{v}_{k,i}^{FCD}}{\gamma_{k,i}^2} & m_i > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad \text{mit } i_1, \dots, i_m \in \mathbb{M}_j(k) . \quad (3.2.18)$$

Da der Zustandsvektor  $x_k \in \mathbb{R}^{2n \times 1}$  Dichten und Geschwindigkeiten enthält, in  $\check{y}_k \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  aber nur Geschwindigkeiten auftreten, weist die Ausgangsmatrix  $\check{H}_k \in \mathbb{R}^{n \times 2n}$  für alle dichtebezogenen Werte eine Null aufweisen. Aufgrund des segmentbasierten Charakters von  $\check{y}_k$  besitzt die geschwindigkeitsbezogene  $n \times n$ -Untermatrix von  $\check{H}_k$  Diagonalstruktur. Ihre Werte sind Null oder Eins, je nachdem, ob für dieses Segment keine ( $m_j(k) = 0$ ) oder mindestens eine ( $m_j(k) > 0$ ) FCD-Messung zum Zeitpunkt  $k$  vorliegt

$$\check{H}_{\sigma_k} = \left( \begin{array}{ccc|ccc} 0 & \cdots & 0 & \mathcal{H}(m_1(k)) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & \mathcal{H}(m_n(k)) \end{array} \right) . \quad (3.2.19)$$

$\mathcal{H}(m_j)$  ist dabei wie folgt definiert:

$$\mathcal{H}(m_j) = \begin{cases} 1 & , \quad \text{falls } m_j > 0 \\ 0 & , \quad \text{sonst} \end{cases} . \quad (3.2.20)$$

Der Vektor  $\check{r}_k$  stellt den Rauschterm dar. Dieser ist als mittelwertsfrei, normalverteilt und durch die Kovarianzmatrix  $\check{R}_k$  beschrieben.

# Kapitel 4

## Zustandsschätzung

Für jeden durch zwei Induktionsschleifen begrenzten Abschnitt wird ein erweiterter Kalman-Filter implementiert, dessen Aufgabe darin besteht, den jeweiligen Verkehrszustand aufgrund der Meßgrößen zu schätzen. Die gemessenen Daten müssen zunächst durch eine Meßdatenvorverarbeitung, bevor sie den Kalmanfiltern zugeführt werden können, da die gemessenen Daten fehlerbehaftet sind und teilweise oder in unregelmäßigen Abständen vollständig fehlen (Abbildung 4.1). Die Meßdatenvorverarbeitung hat außerdem die Aufgabe, Verkehrsströme, welche dem jeweiligen Abschnitt über Zu- und Abfahrten zu- bzw. abgeführt werden, hinzuzurechnen, so daß diese vom Kalmanfilter nicht berücksichtigt werden müssen. Näheres hierzu findet sich in [7].

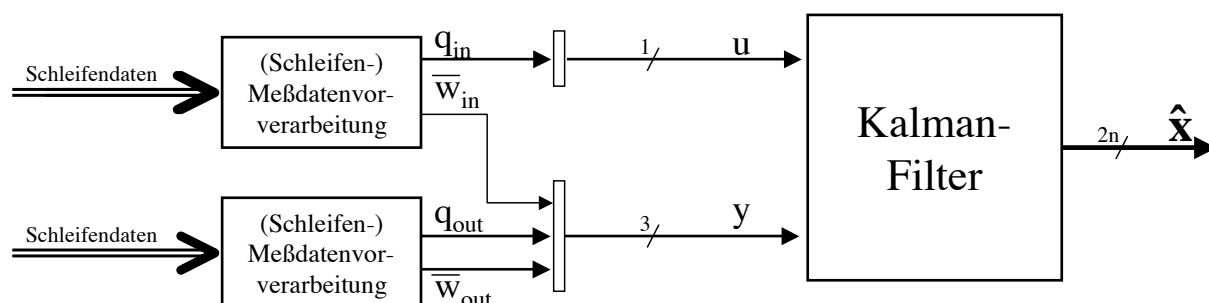


Abbildung 4.1: Meßdatenvorverarbeitung und Kalman-Filter

Tageszeit, Wetterverhältnisse und Straßenzustand beeinflussen die Parameter des Verkehrsmodells in ständiger Abfolge. Eine automatisierte Anpassung wäre daher von Vorteil. Leider kann bei einer gegebenen Anzahl von Meßgrößen jeweils nur eine kleine Zahl von Parametern geschätzt werden, da sonst die Genauigkeit zu sehr absinken würden. Zur Schätzung eines Parameters wird der Zustand des Verkehrsflußmodells um diesen Parameter erweitert und dessen zeitliche Änderung durch einen Rauschterm beschrieben

$$(\overline{v}_{frei})_{k+1} = (\overline{v}_{frei} + \psi_{\overline{v}_{frei}})_k \quad . \quad (4.0.1)$$

## 4.1 Das (erweiterte) Kalman-Filter

Das erweiterte Kalman-Filter (vgl. Abbildung 4.2) gehört zur Gruppe der Zustandsschätzverfahren. Eine ausführliche Einführung in die Eigenschaften des Kalman-Filters linearer Systeme, die Herleitung seiner Gleichungen und die Diskussion der Anwendungsmöglichkeiten findet sich z.B. in [1], [5] oder [14]. Grundlage des erweiterten Kalman-Filters ist das Kalman-Filter für lineare System, welches eine optimale rekursive Schätzung  $\hat{x}(k)$  des Systemzustandes  $x(k)$  im Sinne minimaler Fehlerkovarianzen liefert. Dies geschieht durch laufende Minimierung der Fehlerkovarianzmatrix  $P$  des Beobachterfehlers

$$P_k = E[(\hat{x}_k - x_k) \cdot (\hat{x}_k - x_k)^T] . \quad (4.1.1)$$

Während die durch die minimalen Fehlerkovarianzen charakterisierte Schätzung im linearen Fall optimal ist, hat sie für nichtlineare Systeme nur noch suboptimalen Charakter.

Für ein nichtlineares stochastisches System der Form

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + \Psi_k \quad (3.1.41)$$

$$y_k = h(x_k) + r_k \quad (3.1.42)$$

mit den Kovarianzmatrizen  $Q_k$  und  $R_k$  aus Gleichung 3.1.37 und 3.1.36 für die mittelwertfreien und in sich selber unkorrelierten Rauschprozesse  $\Psi_k$  und  $r_k$  berechnet das erweiterte Kalman-Filter den augenblicklichen Schätzwert des Zustands  $x_k$  in zwei Schritten.

### Der Prädikationsschritt

Zunächst wird aufgrund der optimierten Schätzung des Zustandes  $\hat{x}_{k-1}$  vom vorherigen Zeitschritt ( $k-1$ ) eine erste Schätzung für den Systemzustand zum Zeitschritt  $k$  ermittelt.

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_{k-1}^+, u_{k-1}) \quad (4.1.2)$$

$\hat{x}_k^-$  wird daher auch als *prädizierte Zustandsschätzung* bezeichnet.

Um diesen Schätzwert werden nun die Systemfunktion  $f$  (Gleichung 3.1.41) als auch die Ausgangsfunktion  $h$  (Gleichung 3.1.42) mittels des Jacobi-Verfahrens linearisiert:

$$F_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k^-} \quad (4.1.3)$$

$$H_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k^-} \quad (4.1.4)$$

Mittels dieser Matrizen läßt sich abschließend die prädizierte Fehlerkovarianzmatrix  $P_k^-$  ermitteln

$$P_k^- = F_k \cdot P_{k-1}^+ \cdot F_k^T + Q_{k-1} . \quad (4.1.5)$$

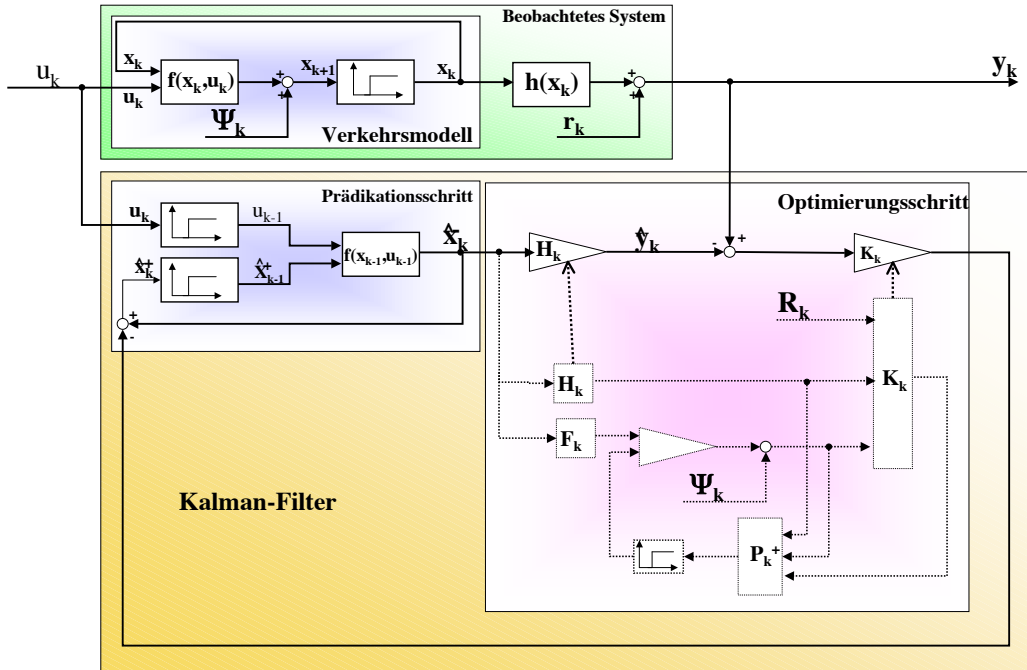


Abbildung 4.2: Das erweiterte Kalman-Filter

### Der Optimierungs- oder Filterschritt

Der Optimierungsschritt ist ein Filterschritt, der nach Eintreffen einer neuen Messung durch Minimierung der Fehlerkovarianzmatrix  $P_k$  und unter Verwendung der im Prädikationsschritt bestimmten Größen, eine neue, optimierte Zustandsschätzung  $\hat{x}_k^+$  berechnet. Hierfür ist es zunächst erforderlich, die sogenannte Kalmansche Verstärkungsmatrix  $K_k$  zu ermitteln, welche sich aus der zu minimierenden Fehlerkovarianzmatrix, der um  $\hat{x}_k^-$  linearisierten Ausgangsmatrix und der Rauschtermatrix der gemessenen Ausgänge berechnet

$$K_k = P_k^- \cdot H_k^T \cdot [H_k \cdot P_k^- \cdot H_k^T + R_k]^{-1} . \quad (4.1.6)$$

Mit ihrer Hilfe kann dann zunächst die Fehlerkovarianzmatrix

$$P_k^+ = [I - K_k \cdot H_k] \cdot P_k^- \quad (4.1.7)$$

optimiert werden, um anschließend die gesuchte Zustandsschätzung bestimmen zu können

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k \cdot [y_k - H_k \cdot \hat{x}_k^-] . \quad (4.1.8)$$

Die beiden Fehlerkovarianzmatrizen  $Q_k$  und  $R_k$  der mittelwertfreien und unkorrelierten Rauschprozesse  $\Psi_k$  und  $r_k$  sind positiv definit und können als Entwurfsparameter für das Kalman-Filter verwendet werden. Die Größe der Kovarianzmatrizen (bzw. ihrer Einzelwerte) ist ein Zuverlässigkeitsmaß der Information, welche durch die Modellgleichungen bzw. die Messungen gegeben wird. Je unzuverlässiger eine Information eingeschätzt wird, desto

größer muß der zugehörige Wert gewählt werden. Verfügt man über ein verhältnismäßig genaues Modell, aber nur über recht ungenaue Messungen, so wird man die Kovarianzen des Prozeßrauschens deutlich kleiner wählen, als die Kovarianzen des Meßrauschens. Stehen umgekehrt gute Messungen einem nur passablen Satz an Modellgleichungen gegenüber, so wird man die Messungen durch verhältnismäßig kleine Rauschwerte höher gewichten, als die Modellgleichungen. Aufgrund der Tatsache, daß das erweiterte Kalman-Filter die nicht-linearen Systemgleichungen im Prädikationsschritt um die geschätzte Zustandstrajektorie  $\hat{x}^+$  linearisiert, ist es erforderlich, daß der Anfangszustand des Filters sich in unmittelbarer Nähe des tatsächlichen Anfangszustandes  $x_0 = x_a^*$  befindet. Rein formal, bedeutet dies, daß

$$\hat{x}_0^+ \stackrel{!}{=} E[x_0] \quad (4.1.9)$$

wobei  $E[x_a^*]$  nicht bekannt ist, sondern geschätzt werden muß. Damit läßt sich denn auch der Startwert für die Differenzgleichung der Fehlerkovarianzmatrix  $P$  (Gleichung 4.1.5) als Erwartungswert des Schätzfehlers zum Startzeitpunkt ( $t = 0$ ) festlegen

$$\hat{P}_0^+ = E[(\hat{x}_0^+ - x_0^*) \cdot (\hat{x}_0^+ - x_0^*)^T] . \quad (4.1.10)$$

Wie bereits erläutert, hat  $x$  die Dimension  $2n$ , wobei  $n$  die Anzahl der Segmente im Abschnitt darstellt.  $y$  hat für das FCD-freie Schätzproblem die Dimension  $q = 3$  (Kapitel 3.1.8). Die Dimensionen aller anderen (Spalten-)Vektoren und Matrixen ergeben sich dann in logischer Folge.

Vektor	Dimension	Matrix	Dimension
$x$	$2n$	$P$	$2n \times 2n$
$\Psi$	$2n$	$Q$	$2n \times 2n$
$r$	$q$	$R$	$q \times q$
$y$	$q$	$K$	$2n \times q$
$h(x)$	$2n \rightarrow q$	$H$	$q \times 2n$
$f(x, u)$	$2n \rightarrow 2n$	$F$	$2n \times 2n$

Tabelle 4.1: Dimensionen der verwendeten Vektoren und Matrizen

## 4.2 Konsequenzen der Modellerweiterung

Erweitert man die Ausgangsgleichungen des Modells um die aus den FCD-Daten generierten Meßwerte, so erhöht sich die Dimension des Ausgangsvektors  $y$  von 3 auf  $3 + n$ . Während sich die Gleichungen (4.1.2), (4.1.3), (4.1.5), sowie (4.1.7) des Kalman-Filters dadurch weder strukturell noch in der Dimension<sup>1</sup> ihrer Ergebnisse ändern, ändern sich, die Berechnungsvorschriften von linearisierter Ausgangsmatrix  $\tilde{H}_k$  (Gleichung 4.1.4) und Kalmanscher Verstärkungsmatrix  $\tilde{K}_k$  (Gleichung 4.1.6). Der Unterscheidbarkeit wegen wird die linearisierte Ausgangsmatrix für das Kalman-Filter des um die FCD-Messungen erweiterten Systemmodells mit  $\tilde{H}_k$  und ergibt sich aus Gleichung 3.2.16:

$$\tilde{H}_k = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial h_{k-1}}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k^-} \\ \tilde{H}_k \end{bmatrix} \quad (4.2.1)$$

Die Untermatrix der FCD-Erweiterung  $\tilde{H}_k$  wurde bereits in Gleichung (3.2.19) eingeführt.

Obwohl die durch Gleichung (4.1.6) gegebene Berechnungsvorschrift für  $\tilde{K}_k$  – der Unterscheidbarkeit wegen auch hier die Kennzeichnung mit der Tilde – scheinbar nicht verändert wird,

$$\tilde{K}_k = P_k^- \cdot \tilde{H}_k^T \cdot \left[ \tilde{H}_k \cdot P_k^- \cdot \tilde{H}_k^T + \tilde{R}_k \right]^{-1} \quad (4.2.2)$$

ändert sich die Dimension von  $\tilde{K}_k$  durch die Einführung der FCD-Messungen. Das dabei verwendete  $\tilde{R}_k$

$$\tilde{R}_k = \begin{pmatrix} R_k & 0 \\ 0 & \tilde{R}_k \end{pmatrix} \quad (4.2.3)$$

setzt sich aus der Kovarianzmatrix  $R_k$  des ursprünglichen, FCD-freien Systems und der Kovarianzmatrix  $\tilde{R}_k$  der FCD-Messungen zusammen. Dabei wird vereinfachend davon ausgegangen, daß die von den Meßschleifen gelieferten und die von den FCD-Fahrzeugen empfangenen Meßdaten unkorreliert sind.  $\tilde{R}_k$  stellt eine n-dimensionale Diagonalmatrix dar

$$\tilde{R}_k = \begin{pmatrix} \tilde{R}_{k,11} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \tilde{R}_{k,nn} \end{pmatrix}, \quad (4.2.4)$$

deren jeweiliges Hauptdiagonalelement sich nach Gleichung 3.2.14 aus den Streuungen der für dieses Segment vorliegenden FCD-Messungen berechnen läßt:

$$\tilde{R}_{k,jj} = \begin{cases} \left( \sum_{i=i_1}^{i_m} \frac{1}{\gamma_{k,i}} \right)^{-1}, & \text{falls } m_j(k) > 0 \\ \eta_j, & \text{sonst} \end{cases}. \quad (3.2.14)$$

---

<sup>1</sup>Dies bedeutet jedoch nicht, daß die Dimensionen der in diese Gleichungen eingehenden Matrizen, bzw. die Dimensionen von Teilergebnissen der besagten Gleichungen unverändert blieben.

Liegt für ein Segment für den Zeitpunkt  $k$  keine FCD-Messung vor ( $m_{k,j} = 0$ ), so ist der Wert von  $\tilde{R}_{k,jj}$  beliebig, jedoch größer Null zu wählen:

$$\eta_j > 0 . \quad (4.2.5)$$

Damit läßt sich die strukturell unveränderte Bestimmungsgleichung (4.1.7) der Fehlerkovarianzmatrix angeben zu

$$P_k^+ = \left[ I - \tilde{K}_k \cdot \tilde{H}_k \right] \cdot P_k^- . \quad (4.2.6)$$

Die zur Berechnung der korrigierten Zustandsschätzung verwendete Gleichung (4.1.8) ergibt sich in direkter Folge aus Gleichung (3.2.16) zu:

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + \tilde{K}_k \cdot \left[ \begin{pmatrix} y_k \\ \check{y}_k \end{pmatrix} - \tilde{H}_k \cdot \hat{x}_k^- \right] . \quad (4.2.7)$$

Auch hierbei ergibt sich natürlich keinerlei Veränderung der Dimension von  $\hat{x}_k$ . Tabelle 4.2 verdeutlicht die durch die Modellerweiterung hervorgerufenen Änderungen der Dimensionen verwendeter Matrizen und Vektoren.

Matrix/Vektor	Dimension	
	ohne FCD	mit FCD
$x$	$2n$	$2n$
$f$	$2n$	$2n$
$\Psi$	$2n$	$2n$
$y$	$q$	$q + n$
$h$	$q$	$q + n$
$r$	$q$	$q + n$
$\check{y}$		$n$
$\check{r}$		$n$
$P$	$2n \times 2n$	$2n \times 2n$
$F$	$2n \times 2n$	$2n \times 2n$
$Q$	$2n \times 2n$	$2n \times 2n$
$K$	$2n \times q$	$2n \times (q + n)$
$H$	$q \times 2n$	$(q + s) \times 2n$
$R$	$q \times q$	$(q + n) \times (q + n)$
$\tilde{H}$		$n \times 2n$
$\tilde{R}$		$n \times n$

Tabelle 4.2: Änderung der Dimensionen der verwendeten Vektoren und Matrizen

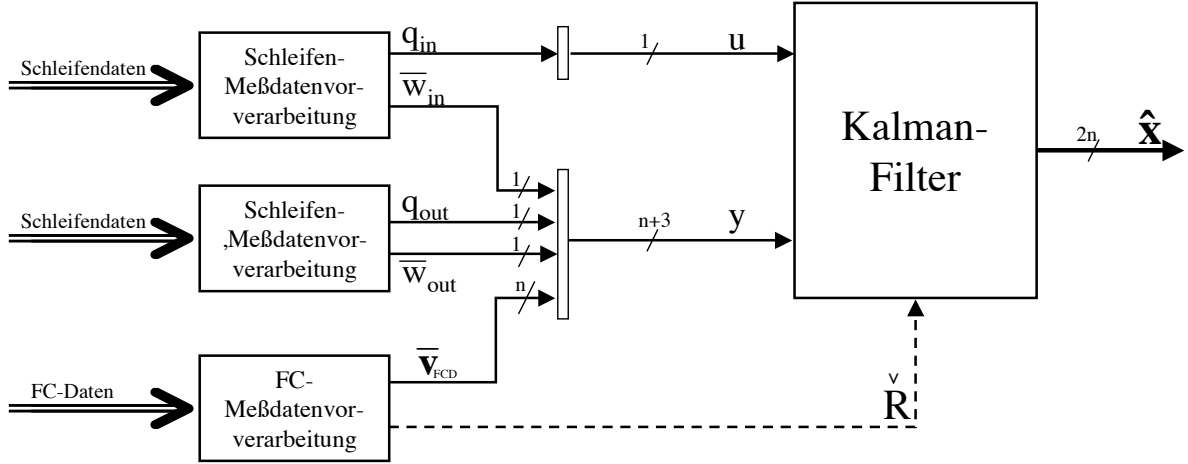


Abbildung 4.3: Um FCD-Messungen erweiterte Abbildung 4.1

### 4.3 Kompatibilitätsprüfung

Wie bereits diskutiert, muß die Matrix  $H$  Nullwerte in all jenen Zeilen aufweisen, für deren zugehöriges Segment im jeweiligen Zeitschritt keine FCD-Messungen vorliegen. Es soll nun untersucht werden, welche Folgen diese Festlegung hat und ob sich die FCD-unterstützten Filtergleichungen (4.1.2), (4.1.3), (4.1.5) sowie (4.2.1), (4.2.2), (4.2.6) und (4.2.7) für den Fall, daß keinerlei FCD-Messungen vorliegen in die ursprünglichen, FCD-freien Filtergleichungen (4.1.2) bis (4.1.8) überführen lassen. Die Matrizen  $\tilde{H}_k$ ,  $\tilde{R}_k$  und  $\tilde{P}_k^-$  lassen sich anschreiben wie folgt. Der Zeitindex ( $k$ ) und das hochgestellte Minus werden dabei im Folgenden aus Gründen der Übersichtlichkeit bis auf Weiteres weggelassen.

$$\tilde{H}_k = \begin{pmatrix} H_k \\ \tilde{H}_k \end{pmatrix} = \left( \begin{array}{ccc|ccc} h_{1,1} & \cdots & h_{1,n} & h_{1,n+1} & \cdots & h_{1,2n} \\ h_{2,1} & \cdots & h_{2,n} & h_{2,n+1} & \cdots & h_{2,2n} \\ h_{3,1} & \cdots & h_{3,n} & h_{3,n+1} & \cdots & h_{3,2n} \\ 0 & \cdots & 0 & \check{h}_1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \ddots & \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & & \check{h}_n \end{array} \right) \quad (4.3.1)$$

$$\tilde{R}_k = \begin{pmatrix} R_k & 0 \\ 0 & \check{R}_k \end{pmatrix}^2 = \left( \begin{array}{ccc|ccc} R_{1,1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_{2,2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & R_{3,3} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \check{R}_{1,1} & & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \check{R}_{n,n} \end{array} \right) \quad (4.3.2)$$

<sup>2</sup>Die Nebendiagonalelemente von  $\tilde{R}$  sind gleich Null, da die Messungen unkorreliert sein sollen.

$$P_k^- = \begin{pmatrix} p_{1,1} & \cdots & p_{1,2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{2n,1} & \cdots & p_{2n,2n} \end{pmatrix} \quad (4.3.3)$$

Nach Gleichung (4.2.2) ist die folgende Summe zu invertieren und darf somit nicht singular werden:

$$\check{H}P\check{H}^T + \check{R} = \begin{pmatrix} HPH^T + R & HP\check{H}^T \\ \check{H}PH^T & \check{H}P\check{H}^T + \check{R} \end{pmatrix} \quad (4.3.4)$$

Multipliziert man die vier Teilmatrizen aus,

$$HPH^T + R = \begin{pmatrix} \sum_j h_{1,j} \sum_i (p_{j,i} h_{1,i}) & \sum_j h_{1,j} \sum_i (p_{j,i} h_{2,i}) & \sum_j h_{1,j} \sum_i (p_{j,i} h_{3,i}) \\ \sum_j h_{2,j} \sum_i (p_{j,i} h_{1,i}) & \sum_j h_{2,j} \sum_i (p_{j,i} h_{2,i}) & \sum_j h_{2,j} \sum_i (p_{j,i} h_{3,i}) \\ \sum_j h_{3,j} \sum_i (p_{j,i} h_{1,i}) & \sum_j h_{3,j} \sum_i (p_{j,i} h_{2,i}) & \sum_j h_{3,j} \sum_i (p_{j,i} h_{3,i}) \end{pmatrix} + R \quad (4.3.5)$$

$$HP\check{H}^T = \begin{bmatrix} \check{h}_1 \cdot \begin{pmatrix} \sum_i (p_{i,2*1} h_{1,i}) \\ \sum_i (p_{i,2*1} h_{2,i}) \\ \sum_i (p_{i,2*1} h_{3,i}) \end{pmatrix} & \cdots & \check{h}_n \cdot \begin{pmatrix} \sum_i (p_{i,2*n} h_{1,i}) \\ \sum_i (p_{i,2*n} h_{2,i}) \\ \sum_i (p_{i,2*n} h_{3,i}) \end{pmatrix} \end{bmatrix} \quad (4.3.6)$$

$$\check{H}PH^T = \begin{bmatrix} \check{h}_1 \cdot \sum_i p_{n+1,i} \cdot (h_{1,i} \ h_{2,i} \ h_{3,i}) \\ \vdots \\ \check{h}_n \cdot \sum_i p_{n+n,i} \cdot (h_{1,i} \ h_{2,i} \ h_{3,i}) \end{bmatrix} \quad (4.3.7)$$

$$\check{H}P\check{H}^T + \check{R} = \begin{pmatrix} \check{h}_1^2 \cdot p_{n+1,2*1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \check{h}_n^2 \cdot p_{n+n,2*n} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \check{R}_{1,1}(k) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \check{R}_{n,n}(k) \end{pmatrix} \quad (4.3.8)$$

so findet man, daß in der Untermatrix (4.3.6) die  $j$ te Spalte, in der Untermatrix (4.3.7) die  $j$ te Zeile und in der quadratischen (reinen FCD-Daten-) Untermatrix (4.3.8) sowohl die  $j$ te Zeile als auch die  $j$ te Spalte  $\check{h}_j$  als Multiplikator aufweisen. Tritt nun der Fall ein, daß für das  $j$ te Segment keine FCD-Messung verfügbar ist, bedeutet dies, daß sämtliche Elemente der  $j + 3$ ten Zeile und Spalte in  $\check{H}P\check{H}^T$  identisch zu Null werden. Es soll nun gezeigt werden, daß sich für diesen Fall die FCD-Meßgleichung des  $j$ ten Segments keinerlei Einfluß auf die Zustandsschätzung hat.

Wäre  $\check{R}$  singular, würde sich somit ein Problem ergeben. Dies ist jedoch wegen

$$\check{R}_{jj}(k) = \begin{cases} \left( \sum_{i=i_1}^{i_m} \frac{1}{\check{R}_i(k)} \right)^{-1}, & \text{falls } m_j(k) > 0 \\ \eta_j, & \text{sonst} \end{cases} \quad (3.2.14)$$

nicht möglich. Das dabei verwendete  $\eta > 0$  hat wegen

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} \\ 0 & 0 & \eta & 0 \\ a_{41} & a_{42} & 0 & a_{44} \end{bmatrix}^{-1} = \mathcal{D} \cdot \left( \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{24} \\ a_{41} & a_{42} & a_{44} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ [\eta]^{-1} \end{matrix} \right) \cdot \mathcal{D}^T \quad (4.3.9)$$

mit

$$\mathcal{D} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.3.10)$$

keinen Einfluß auf die Inverse der verbleibenden Restmatrix. Somit hat die Verwendung eines beliebigen  $\eta > 0$  keinerlei Auswirkungen auf das Verhalten des Kalman-Filters hat und ist daher zulässig.

Betrachtet man das ebenfalls in Gleichung (4.2.2) auftretende Produkt

$$PH^T = \left( \begin{array}{c|c|c|c} \sum_i p_{1,i} \cdot (h_{1,i} & h_{2,i} & h_{3,1}) & & & \\ & \vdots & & & & \\ \sum_i p_{2n,i} \cdot (h_{1,i} & h_{2,i} & h_{3,1}) & & & \end{array} \left| \begin{array}{c} p_{1,2} \\ \vdots \\ p_{2n,2} \end{array} \right| \cdots \left| \begin{array}{c} p_{1,2} \\ \vdots \\ p_{2n,2} \end{array} \right) \right), \quad (4.3.11)$$

so findet sich, daß im Falle  $\check{h}_j = 0$  die  $j$ te Spalte nur Nullwerte aufweist und somit die Wahl von  $\eta_j$  keinerlei Einfluß auf  $\tilde{K}_k$  (Gleichung 4.2.2) haben wird. Selbiges gilt für das zur Berechnung der Fehlerkovarianzmatrix

$$P^+ = [I - \tilde{K} \cdot \tilde{H}] \cdot P^- \quad (4.2.6)$$

benötigte Produkt aus  $\tilde{K}$  und  $\tilde{H}$ .

Für den Spezialfall, daß im gesamten Abschnitt keinerlei FC-Daten verfügbar sind, reduziert sich die Matrix aus Gleichung (4.3.4) somit also auf die FCD-freie Untermatrix aus Gleichung (4.3.5). Dies bedeutet, daß die um FCD-Messungen erweiterten Filtergleichungen sich für diesen speziellen Fall auf die ursprünglichen, d.h. nicht erweiterten Filtergleichungen reduzieren lassen. Nach der Multiplikation mit  $P \cdot H^T$  bleiben keinerlei Anteile einer nicht vorhandenen FCD-Messung mehr übrig und auch für diesen Fall

$$\sum_{j=1}^n (m_j) = 0$$

ist somit gewährleistet, daß sich die, um die FCD-Messungen erweiterten Filtergleichungen auf die ursprünglichen (FCD-freien) Filtergleichungen reduzieren lassen.

## 4.4 Superposition mehrerer Messungen

Es soll gezeigt werden, daß das in Kapitel 3.2.3 beschriebene Vorgehen auch dann zu korrekten Ergebnissen führt, wenn man die FCD-Meßwerte nicht gleichzeitig, sondern seriell, d.h. hintereinander einem Kalman-Filter für das in den Gleichungen (4.4.1) und (4.4.2) beschriebene Systemmodell zuführt. Auch wenn dieser Beweis rein formal nicht mehr erforderlich ist, soll er zur Überprüfung der in Kapitel 3.2.3 aufgestellten Rechnung angefügt werden.

Zum Zwecke des Beweises wird ein vereinfachtes Systemmodell aufgestellt,

$$x_k = x_{k-1} \quad (4.4.1)$$

$$y_k = x_k + r_k \quad (4.4.2)$$

welches einen konstanten, unbekanntem und unkorrelierten Zustand  $x_k = x(0)$  besitzen soll, d.h.  $F$  ist gleich der Einheitsmatrix und das Systemrauschen  $w_k = 0$ . Das Ausgangssignal ist somit ein lediglich durch das Meßrauschen  $r$  überlagerter Wert, wobei  $H$  ebenfalls gleich der Einheitsmatrix  $I$  wird.

Die Gleichungen 4.1.2 bis 4.1.8 vereinfachen sich in diesem Fall zu:

- Extrapolierte Zustandsschätzung

$$\hat{x}_k^- = \hat{x}_{k-1}^+ \quad (4.1.2')$$

- Extrapolierte (Fehler-)Kovarianzmatrix

$$P_k^- = P_{k-1}^+ \quad (4.1.5')$$

- Kalmansche Verstärkungsmatrix

$$K_k = P_k^- \cdot [P_k^- + R_k]^{-1} \quad (4.1.6')$$

- Korrigierte (Fehler-)Kovarianzmatrix

$$P_k^+ = [I - K_k] \cdot P_k^- \quad (4.1.7')$$

- Korrigierte Zustandsschätzung

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + K_k \cdot [y_k - \hat{x}_k^-] \quad (4.1.8')$$

Durch das Nichtvorhandensein des Systemrauschens erübrigt sich eine Extrapolation (Gleichungen 4.1.2' und 4.1.5') – die Werte entsprechen denen des letzten Updates und können aus der weiteren Betrachtung entfallen.

Angenommen, es ständen zwei Messungen mit

$$\check{y}_i = x + \check{r}_i \text{ mit } i = 1, 2 \quad (4.4.3)$$

zur Verfügung, die dem Kalman-Filter in der Absicht, einen möglichst guten Schätzwert für den unbekanntem Systemzustand  $x$  zu erlangen seriell, d.h. direkt nacheinander zugeführt werden. Die  $\check{\phantom{x}}$ -Zeichen sollen daran erinnern, daß es sich um einzelne FC-Daten handelt, die erst noch zu einem gemeinsamen (durch  $\check{\phantom{x}}$  gekennzeichneten) Wert aggregiert werden müssen. In diesem (eindimensionalen) Fall lassen sich die Filtergleichungen wie folgt entwickeln:

$$K_1 = \frac{P_0}{P_0 + \check{R}_1} \quad (4.4.4)$$

$$P_1 = \frac{P_0}{P_0 + \check{R}_1} \cdot \check{R}_1 \quad (4.4.5)$$

$$\hat{x}_1 = \frac{\check{R}_1 \cdot \hat{x}_0 + P_0 \cdot \check{y}_1}{P_0 + \check{R}_1} \quad (4.4.6)$$

bzw. (unter Berücksichtigung von Gleichung 4.4.3)

$$\hat{x}_1 = \frac{\check{R}_1 \cdot \hat{x}_0 + P_0 \cdot (x + \check{r}_1)}{P_0 + \check{R}_1} \quad (4.4.7)$$

$$K_2 = \frac{P_0 \cdot \check{R}_1}{P_0 \cdot (\check{R}_1 + \check{R}_2) + \check{R}_1 \cdot \check{R}_2} \quad (4.4.8)$$

$$P_2 = \frac{-\check{R}_2 \cdot \check{R}_1 \cdot P_0}{P_0 \cdot (\check{R}_1 + \check{R}_2) + \check{R}_1 \cdot \check{R}_2} \quad (4.4.9)$$

$$\hat{x}_2 = \frac{P_0 \cdot (\check{R}_1 \cdot \check{y}_2 + \check{R}_2 \cdot \check{y}_1) + \hat{x}_0 \cdot \check{R}_1 \cdot \check{R}_2}{P_0 \cdot (\check{R}_1 + \check{R}_2) + \check{R}_1 \cdot \check{R}_2} \quad (4.4.10)$$

bzw. (unter Berücksichtigung von Gleichung 4.4.3)

$$\hat{x}_2 = \frac{P_0 \cdot [\check{R}_1 \cdot (x + \check{r}_2) + \check{R}_2 \cdot (x + \check{r}_1)] + \hat{x}_0 \cdot \check{R}_1 \cdot \check{R}_2}{P_0 \cdot (\check{R}_1 + \check{R}_2) + \check{R}_1 \cdot \check{R}_2} \quad (4.4.11)$$

Aufgrund des (erwartungsgemäß) bezüglich der Reihenfolge der Messungen kommutativen Charakters dieses Ergebnis, läßt sich postulieren, daß sich der für das  $j$ -Segment gesuchte Schätzwert in einem einzigen Schritt unter Verwendung von Gleichung 4.4.7'

$$\hat{x}_2 = \frac{\check{R}_{jj} \cdot \hat{x}_0 + P_0 \cdot (x + \check{r}_j)}{P_0 + \check{R}_{jj}} \quad (4.4.7')$$

ermitteln liese, falls ein geschlossener Ausdruck für die beiden Unbekannten  $\check{R}_{jj}$  und  $\check{r}_j$  gefunden werden könnte. Durch Koeffizientenvergleich der Gleichungen 4.4.7' und 4.4.11 finden sich die folgenden Ausdrücke für die gesuchten Rauschgrößen:

$$\check{R}_{jj} = \frac{\check{R}_1 \cdot \check{R}_2}{\check{R}_1 + \check{R}_2} \quad (4.4.12)$$

$$\check{r}_j = \frac{\check{R}_1 \cdot \check{r}_2 + \check{R}_2 \cdot \check{r}_1}{\check{r}_1 + \check{r}_2} \quad (4.4.13)$$

Dieses Ergebnis stimmt erwartungsgemäß mit den vorherigen Ergebnissen überein und erlaubt daher auch die Verwendung des verallgemeinerten Falles von  $m_j$  unabhängigen Messungen im Weiteren dieser Arbeit:

$$\check{R}_{k,jj} = \left( \sum_{i=i_1}^{i_m} \frac{1}{\check{R}_{k,i}} \right)^{-1} \quad \text{mit } i_1, \dots, i_m \in \mathbb{M}_{k,j} \quad (3.2.14)$$

$$\check{r}_j = \check{R}_{jj} \cdot \sum_{i=i_1}^{i_m} \frac{\check{r}_i}{\check{R}_i} \quad (4.4.14)$$

Unter Verwendung von Gleichung 4.4.3 und deren logischen Analogon

$$\check{y}_k = x_k - \check{r}_k \quad (4.4.15)$$

ergibt sich somit und wegen der Unkorreliertheit von  $x$  und  $\check{r}$

$$\check{y}_{k,j} = \check{R}_{k,jj} \cdot \sum_{i=i_1}^{i_m} \frac{\check{y}_{k,i}}{\check{R}_{k,i}} \quad (3.2.15)$$

als der gesuchte mittlere Meßwert, dessen Streuung durch die in Gleichung 3.2.14 gegebene Kovarianz  $\check{R}$  bestimmt ist.

# Kapitel 5

## Analyse von Einzelfahrzeugdaten

Wie bereits in den vorherigen Kapiteln angekündigt, soll es nun darum gehen zu klären, welchen Informationsgehalt die in einem FC-Datensatz enthaltene Einzelgeschwindigkeit unter Berücksichtigung verschiedener Szenarien haben kann. Dadurch soll geklärt werden, inwieweit sich diese Einzelgeschwindigkeiten in Meßwerte für die zugehörigen Segmentsgeschwindigkeiten überführen lassen. Dies sollte auch eine Diskussion der Güte möglicher zu übergebender Meßwerte einschließen, die im Modell durch das Meßrauschen  $\check{R}_{ii}$  dargestellt wird.

Leider ist die Anzahl der für diese Arbeit verfügbaren realen FC-Datensätze ziemlich gering und es liegen keinerlei Informationen über den tatsächlichen Verkehrszustand in der jeweiligen Umgebung des FCD-Fahrzeuges vor. Aus diesem Grunde heraus, werden statt realer FC-Daten die unaggregierten Meßdaten von Induktionsschleifen verwendet. Im Speziellen handelt es sich um die Schleife bei km 17,2 der A92 (Fahrtrichtung Autobahnkreuz München). Von vier verfügbaren Schleifen wird diese dritte Schleife ausgewählt, da sie im Gegensatz zu den anderen Schleifen weder Zu- oder Abfahrten (1. und 2. Schleife), noch den Einfluß des nahen Autobahnkreuzes (4. Schleife) aufzuweist.

Verwendet werden die Datensätze des 13. und 14. Augusts sowie des 26. Septembers 2001, des 26. Aprils 2000 sowie des 13. bis 19. Mai 2001. Während die Schleifendaten vom Herbst 2001 in den Zeitraum einer Baustelle fallen, kann anhand der Daten vom 26. April 2000 der Charakter eines weder von Staus noch von Geschwindigkeitsbeschränkungen beeinflussten Verkehrs analysiert werden. Der 13. Mai wird exemplarisch für einen Sonntag (geringer Lastverkehr) gewählt. Mittels der Datensätze der Woche vom 13. bis 19. Mai 2001 werden darüberhinaus wochentagsunabhängige Erkenntnisse unter Verwendung einer sehr großen Datenbasis (fast 400 000 Fahrzeuge) gewonnen. Zur Validierung dieser Ergebnisse wird die Woche vom 5. bis 12. März 2001 verwendet.

Damit stehen zwar eine ausreichend große Anzahl an Fahrzeugdaten zur Verfügung, doch beinhalten die Schleifendaten lediglich Querschnittsinformationen und keine Segmentsinformationen. Aus diesem Grunde ist es erforderlich, künstliche Segmente zu definieren, auf deren Basis dann die für die weitere Untersuchung notwendigen Größen der mittleren Segmentsgeschwindigkeit und der Fahrzeugdichte ermittelt werden können (Kapitel 5.1).

Es wird angenommen, daß jeder PKW, der die Induktionsschleife überquert ein FCD-Fahrzeug ist. Dies bedeutet, daß für jeden PKW ein künstliches Segment definiert wird und die zugehörigen Kenngrößen daraus ermittelt werden. Bei der Ermittlung dieser Kenngrößen finden selbstverständlich alle Fahrzeuge Berücksichtigung.

## 5.1 Bestimmung der segmentsbezogenen Größen

Die zur Basis dieser Untersuchung gemachten Schleifendaten sind lediglich lokale Daten an Meßquerschnitten. Grundvoraussetzung sind jedoch segmentsbezogene Daten. Eine Möglichkeit, die zugehörigen segmentsbezogenen Größen der Geschwindigkeit und der Dichte zu bestimmen, hätte darin bestanden, das Cremer'sche Modell mit den Meßwerten der zweiten bis vierten Schleife anzusteuern und den Mittelwert der beiden Segmente vor und nach der verwendeten dritten Schleife als Grundlage zu verwenden. Dadurch hätte man jedoch Datenverfälschungen insofern hingenommen, als diese durch das Cremer'sche Verkehrsflußmodell vorgenommen werden, wie z.B. eine Begrenzung der Geschwindigkeiten. Desweiteren wäre dabei nicht gewährleistet gewesen, daß die momentane, aufgrund des Cremer'schen Modells erstellte Zustandsschätzung mit dem realen Verkehrszustand an der betrachteten dritten Meßschleife übereinstimmt.

Eine andere Methode, die segmentsspezifischen Größen Dichte und Geschwindigkeit bestimmen zu können, besteht in der Definition eines künstlichen Segments. Ein solches Segment wird durch eine bestimmte Anzahl an Fahrzeugen oder ein Zeitfenster vor und hinter dem betrachteten Fahrzeug aufgespannt. Im Folgenden werden hierfür drei mögliche Ansätze diskutiert:

- 20 Fahrzeuge (Kapitel 5.1.1)  
Hierbei richtet sich die Größe des Segmentes nach einer festen **Anzahl** an Fahrzeugen, die vor und nach dem betrachteten Fahrzeug die Schleife passiert haben.
- Zweimal 10 Sekunden (Kapitel 5.1.2)  
Bei der Zweimal zehn Sekundenmethode wird das Segment durch all jene Fahrzeuge aufgespannt, die die Schleife in einem zehnssekündigen **Zeitintervall** vor und nach dem betrachteten Fahrzeug passiert haben.
- $\pm 150$  Meter (Kapitel 5.1.3)  
Bei diesem Vorgehen wird die Segmentsgröße über eine **Ortskoordinate** definiert. Diese ergibt sich – unter der Annahme einer gleichmäßigen Bewegung aller Fahrzeuge – aus dem Produkt aus Einzelgeschwindigkeit und Differenzzeit des jeweiligen Fahrzeuges. Berücksichtigt werden dabei alle Fahrzeuge, deren so generierter Abstand auf das betrachtete Fahrzeug betragsmäßig kleiner als 150 Metern ist.

Allen Ansätzen gemeinsam ist die Verwendung eines Zeitfensters (in der Verkehrstechnik oft als Zeitlücke bezeichnet)

$$ZL_{i_1, i_2} = t_{FZ_{i_1}} - t_{FZ_{i_2}} , \quad (5.1.1)$$

welches als jene Zeit definiert ist, die zwischen dem Passieren der Schleife zweier Fahrzeuge ( $i_1$  und  $i_2$ ), vergangen ist.

Dabei ist zu beachten, daß die A92 an der zu diskutierenden Stelle zwei Fahrspuren aufweist. Je nach Aufgabenstellung müssen die Schleifendaten also zunächst nach Spuren getrennt (und von Fehleinträgen bereinigt) werden. Damit kann gewährleistet werden, daß es sich beim Fahrzeug  $i$  um das hinter Fahrzeug  $i - 1$  fahrende Fahrzeug handelt. Sollen Aussagen über den Gesamtverkehr gewonnen werden, kann diese Forderung jedoch nicht mehr aufrecht erhalten werden, ohne die Abhängigkeit der beiden Spuren zueinander zu vernachlässigen.

Um Erkenntnisse über mehrere Tage zu erhalten kann man entweder die Ergebnisse der einzelnen Tage zusammenrechnen, oder aber eine große Datei erzeugen, welche die Datensätze aller zu berücksichtigender Tage enthält. Dabei wird der jeweils nächste Tag mit einem Zeitversatz von vierundzwanzig Stunden (86400 Sekunden) an den aktuellen Datensatz angehängt. Handelt es sich bei den Datensätze um aufeinander folgende Wochentage, so ist dies problemlos möglich. Ist dies nicht gegeben, kann der dadurch verursachte Fehler nur dann vernachlässigt werden, wenn die Verkehrsdichte sehr klein ist, d.h. das Verkehrsgeschehen als weißes Rauschen modelliert werden kann.

Ein Problem fand sich in den dokumentierten Schleifenpassierzeiten selbst: Je nach Datensatz wiesen zwischen 58% und 63% dieser Zeiten eine 99 in der Hunderstelunterteilung auf. Geht man davon aus, daß diese Zeiten halbwegs unkorreliert sind<sup>1</sup>, läßt sich schließen, daß hierbei entweder ein Fehler in der Zählrichtung vorlag – dies erscheint jedoch unwahrscheinlich, da der resultierende Datensatz für einen Tag vierundzwanzig volle Stunden aufweist – oder aber statt hunderstel Sekunden 256-stel Sekunden gemessen<sup>2</sup>, jedoch lediglich die letzten beiden Stellen dokumentiert wurden.

Dieser Fehler hat zur Folge, daß die im Folgenden vorgestellten Dichteberechnungsverfahren natürlich ebenfalls einem gewissen Fehler unterliegen, welcher jedoch durch Mittelung über eine ausreichend große Anzahl an Fahrzeugen vernachlässigbar wird.

---

<sup>1</sup>Aufgrund der hohen Genauigkeit ist diese Annahme durchaus gerechtfertigt

<sup>2</sup>Wenn ca. 60% der Werte größer als 100 sind und eine lineare Skala angenommen wird, bedeutet dies, daß die interne Zählung bis ca. 245 hätte erfolgen müssen. Aufgrund der elektronischen Datenverarbeitung liegt in dieser Größenordnung die Annahme einer 1 Byte großen Variable (256) nahe.

### 5.1.1 20 Fahrzeuge – Methode

Bei diesem Verfahren wurde die Dichte  $\rho_i$  als Funktion der Einzelgeschwindigkeiten  $v_i$  und den Schleifenpassierzeiten  $t_i$  der jeweils zehn, dem betrachteten Fahrzeug (Ordnungszahl 0) vorhergehenden bzw. folgenden Fahrzeugen ermittelt. Abbildung 5.1 zeigt dies in grundsätzlicher Darstellung (statt  $\pm 10$  wurde lediglich eine  $\pm 2$  Fahrzeuge-Methode dargestellt). Das zu vorderst abgebildete Fahrzeug stellt dabei die vordere Begrenzung des Segments dar. Es wird nicht für die Berechnung der gesuchten Größen verwendet, da es sich im Gegensatz zu dem sich zuhinterst befindlichen Fahrzeug nicht mehr im Segment befindet.

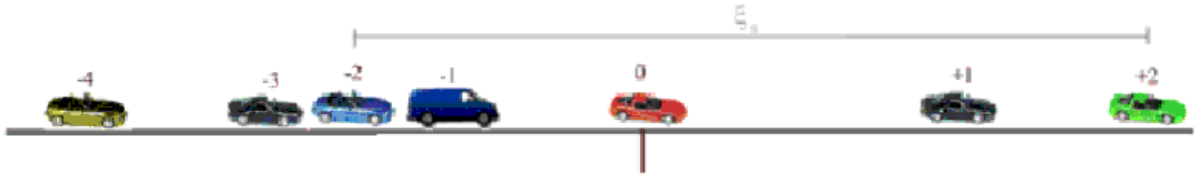


Abbildung 5.1: 20 Fahrzeuge Methode

Die Segmentgeschwindigkeit berechnet sich somit zu

$$\bar{v}_i = \frac{1}{20} \cdot \sum_{j=1}^{20} (v_{i+10-j}) . \quad (5.1.2)$$

Die Segmentlänge  $\xi_s$  dieses Dichte-Bestimmungs-Algorithmus läßt sich als Produkt des Zeitfensters  $ZL_{i-10, i+10}$  zwischen erstem und letztem Fahrzeug (Ordnungszahlen  $i+10$  und  $i-10$ ) und der Segmentgeschwindigkeit ermitteln:

$$\xi_{s,i} = (t_{i-10} - t_{i+10}) \cdot \bar{v}_i \quad (5.1.3)$$

Dividiert man nun die Anzahl der sich im Segment befindlichen Fahrzeuge (20 – das letzte (Ordnungszahl  $i+10$ ) wird nicht berücksichtigt) durch die Segmentgeschwindigkeit, so erhält man die gesuchte Dichte

$$\rho_i^{20FZ} = \frac{20FZ}{\xi_{s,i}} = \frac{400FZ}{(t_{i-10} - t_{i+10}) \cdot \sum_{j=1}^{20} (v_{i+10-j})} . \quad (5.1.4)$$

Der aufmerksame Leser wird sich nun sicherlich fragen, warum die mittlere Geschwindigkeit verwendet wird und nicht die Einzelgeschwindigkeiten des ersten und letzten Fahrzeugs. Betrachten wir nochmals Abbildung 5.1, welcher lediglich die Information der Reihenfolge, der zeitlichen Abstände beim jeweiligen Überqueren der Induktionsschleife und die der Einzelgeschwindigkeiten der Fahrzeuge zugrunde liegt. Es ist somit nicht möglich, festzustellen, ob das mit -2 gekennzeichnete Fahrzeug zu dem Zeitpunkt, als das 0te Fahrzeug die Induktionsschleife überquert hat nicht noch hinter dem mit -4 bezeichneten Fahrzeug fuhr. Die Verwendung der Einzelgeschwindigkeit würde somit seine eigene Grundlogik in Frage stellen, wohingegen der beim Gruppengeschwindigkeitsansatz gemachte Fehler bereits aus der Definition einer mittleren Geschwindigkeit heraus rechtfertigbar ist.

## 5.1.2 Zweimal zehn Sekunden-Methode

Im Gegensatz zu vorigem Verfahren wurde in diesem Fall nicht die Anzahl Fahrzeuge als Maß der „Meßstrecke“ verwendet, sondern ein Zeitfenster von zehn Sekunden vor und hinter dem jeweils betrachteten Fahrzeug (Abbildung 5.2).

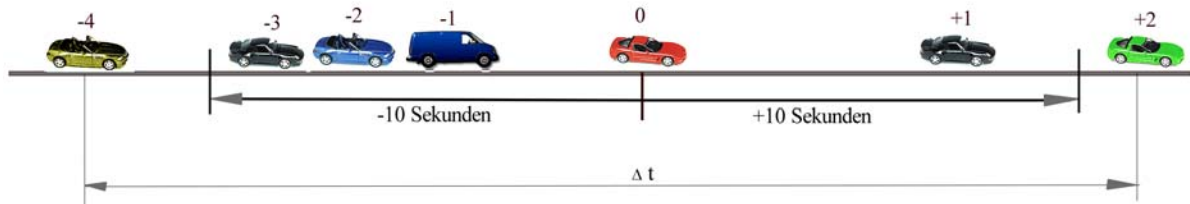


Abbildung 5.2: Zweimal 10 Sekunden Methode

Grundsätzlich gibt es dabei zwei mögliche Verfahrensweisen:

- Es werden lediglich jene Fahrzeuge berücksichtigt, die sich innerhalb dieses 20 Sekunden Intervalls befinden, d.h. das Zeitfenster beträgt genau 20 Sekunden.
- Der zu berücksichtigende Bereich wird um jene Zeitdifferenz erhöht, die notwendig ist, um das sich jeweils gerade außerhalb des  $\pm 10$  Sekundenintervalls befindliche Fahrzeug (in Analogie zur 20-Fahrzeuge-Methode) zu erweitern.

Im Folgenden wurden zunächst beide, dann jedoch nur noch der zweite Ansatz verfolgt, da somit ähnliche Verhältnisse wie bei der 20 Fahrzeuge-Methode geschaffen wurden. Die Erwartung – besonders im freien Verkehr – deutliche Unterschiede zu erhalten, bestätigte sich nicht. Diese sind, wie Abbildung 5.3 zeigt, vernachlässigbar gering sind.

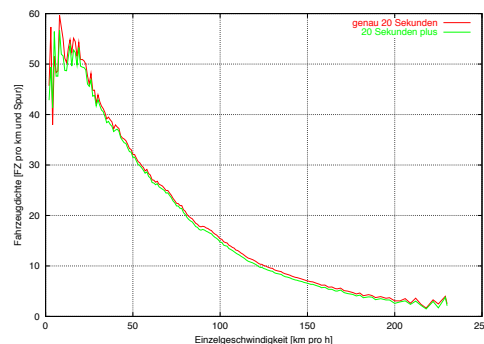


Abbildung 5.3: Unterschiede der beiden Zweimal-10-Sekunden-Algorithmen

Im Unterschied zur 20-Fahrzeuge Methode ist bei der Zweimal Zehn-Sekunden-Methode daher nicht nur eine, sondern sogar zwei Größen variabel:

- Die Anzahl der zu berücksichtigenden Fahrzeuge und
- das Zeitintervall.

Die Anzahl zu berücksichtigender Fahrzeuge ergibt sich als die Anzahl jener Fahrzeuge, welche die Meßschleife innerhalb des 10-Sekunden-Intervalls vor und hinter dem betrachteten (in der Abbildung mit 0 gekennzeichneten, roten) Fahrzeug überquert haben, erhöht um zwei (im Beispiel aus Abbildung 5.2 würde es sich dabei um die mit +2 und -4 gekennzeichneten beiden Fahrzeugen handeln). Sei  $FZ_i^-$  die laufende Nummer jenes Fahrzeuges, welches die Meßschleife nach Ablauf des zehnssekündigen Zeitintervalls als erstes überquert hat und  $FZ_i^+$  die Nummer des letzten Fahrzeuges, welches die Meßschleife noch mehr als zehn Sekunden vor dem jeweiligen betrachteten Fahrzeug  $i$  überquert hat, so läßt sich die Anzahl zu berücksichtigender Fahrzeuge angeben als Differenz dieser beiden Größen:

$$N_{FZ_i} = (FZ_i^+) - (FZ_i^-) \quad (5.1.5)$$

$FZ_i^-$  entspricht in Abbildung 5.2 dem mit -4 gekennzeichneten (gelben) Auto;  $FZ_i^+$  dem grünen, mit +2 bezeichneten.  $N_{FZ_i}$  ergibt sich in diesem Beispiel also zu

$$N_{FZ_i} = (+2) - (-4) = 6 \quad (5.1.6)$$

Angenommen, das betrachtete (rote, 0-te) Auto hätte soviel Abstand zu seinen beiden Nachbarn, daß keiner der beiden innerhalb des  $\pm 10$ -Sekunden-Intervalls die Schleife passieren würde, so nimmt  $N_{FZ_i}$  seinen kleinst möglichen Wert an: Zwei (Fahrzeuge).

Die gesuchte Segmentgeschwindigkeit berechnet sich wie zuvor zu

$$\bar{v}_i = \frac{1}{N_{FZ_i}} \cdot \sum_{j=1}^{N_{FZ_i}} \left( v_{\{i+(FZ_i^+)-j\}} \right) \quad (5.1.7)$$

Die Segmentlänge  $\xi_i$  läßt sich als Produkt des Zeitfensters zwischen erstem und letztem Fahrzeug (Ordnungszahlen  $i+10$  und  $i-10$ ) und der mittleren Segmentgeschwindigkeit ermitteln:

$$\xi_{s,i} = \left( t_{(FZ_i^-)} - t_{(FZ_i^+)} \right) \cdot \frac{\sum_{j=1}^{N_{FZ_i}} \left( v_{\{i+(FZ_i^+)-j\}} \right)}{N_{FZ_i}} \quad (5.1.8)$$

Die gesuchte Fahrzeugdichte des Segmentes ergibt sich somit als Quotient der Anzahl  $N_{FZ_i}$  sich im Segment befindlichen Fahrzeuge durch die mittlere Segmentgeschwindigkeit.

$$\rho_i^{10Sek} = \frac{N_{FZ_i}}{\xi_{s,i}} = \frac{N_{FZ_i}^2}{\left( t_{(FZ_i^-)} - t_{(FZ_i^+)} \right) \cdot \sum_{j=1}^{N_{FZ_i}} \left( v_{\{i+(FZ_i^+)-j\}} \right)} \quad (5.1.9)$$

### 5.1.3 Plus/Minus 150 Meter Methode

Ein weiteres Verfahren gründete auf dem Wunsch, einen den Segmenten des Verkehrsflußmodells mit gleichbleibender Länge entsprechenden Ansatz zu generieren. Dafür ist es notwendig, jeweils die beiden Fahrzeuge zu ermitteln, welche die Schleife innerhalb eines „Zeitfensters“ von 150 Meter vor bzw. nach dem aktuellen Fahrzeug passiert haben (in Abbildung 5.4 wären dies die Fahrzeuge mit den Ordnungszahlen -3 und +1).

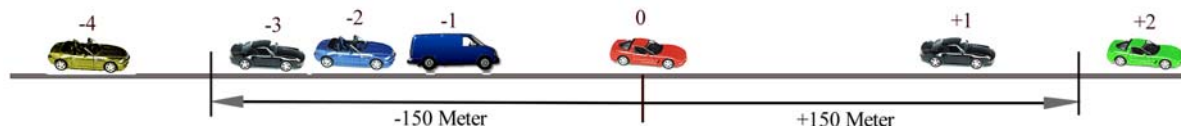


Abbildung 5.4:  $\pm 150$ -Meter Methode

Das erste Problem geht dabei schon aus der Formulierung hervor: Das „Zeitfenster“ muß zunächst in eine Ortskoordinate umgerechnet werden! Geht man vereinfachend davon aus, daß die jeweils betrachteten Fahrzeuge ihre Geschwindigkeit innerhalb des Zeitfensters nur unwesentlich geändert haben, so läßt sich obige Bedingung angeben zu:

$$\Delta\xi_{i_1,i_2} = |ZL_{i_1,i_2}| \cdot v_{i_2} \stackrel{!}{\leq} 150\text{m} \quad (5.1.10)$$

$\Delta\xi_{i_1,i_2}$  ist dabei der örtliche Abstand des  $i_1$ -ten vom  $i_2$ -ten Fahrzeug. Dabei wurde vereinfachend angenommen, daß es sich beim Fahrzeug  $i_1$  generell um das betrachtete (in der Abbildung rote, 0-te Auto) und beim Fahrzeug  $i_2$  um das entfernte handeln möge. Diese Annahme ist insofern nicht ganz korrekt, da das betrachtete, aus der Multiplikation von Einzelgeschwindigkeit und Zeitfenster entstehende Strecke ihren Nullpunkt in die Induktionsschleife jeweils später in der Zeit passierenden Auto hat. Im Beispiel wären dies für den hinteren Streckenvektor das Fahrzeug -3 und für den vorderen das Fahrzeug 0. Die Verwendung von Fahrzeug 0 für den Streckenvergleich führt jedoch zu einem Ringschluß, der die im folgenden Kapitel 5.1.4 beschriebene negative Ausprägung dieser Methode unnötig verstärkt.

Die Gesamtzahl aller sich zu diesem Zeitpunkt in einem Abschnitt befindlichen Fahrzeuge entspricht der Differenz des kleinsten ( $FZ_i^-$ ) vom größten ( $FZ_i^+$ ) möglichen Wert für  $i_2$ , welches noch Bedingung 5.1.10 erfüllt, plus eins. Im Beispiel aus Abbildung 5.4 findet sich die gesuchte Anzahl Fahrzeuge somit zu

$$N_{FZ_i} = FZ_i^+ - FZ_i^- + 1 = (+1) - (-3) + 1 = 5. \quad (5.1.11)$$

Die Segmentgeschwindigkeit läßt sich wie zuvor nach Gleichung (5.1.7) bestimmen. Die gesuchte Dichte ergibt sich zu

$$\rho_i^{\pm 150\text{m}} = \frac{FZ_i^+ - FZ_i^- + 1}{300\text{m}}. \quad (5.1.12)$$

### 5.1.4 Vergleich der drei Methoden

Es zeigte sich, daß die beiden ersten Methoden relativ ähnliche Ergebnisse lieferten, wohingegen die  $\pm 150$  Meter Methode in erster Linie dadurch auffiel, daß die ermittelten Dichtewerte um mindestens 35 Prozent kleiner ausfielen (Abbildungen 5.5 bis 5.7).

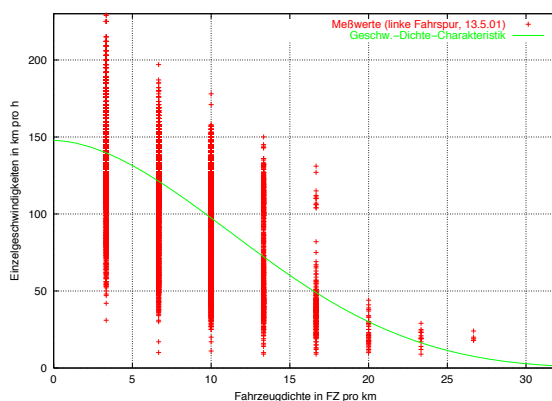


Abbildung 5.5: Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik aufgrund der  $\pm 150$ -Meter Methode

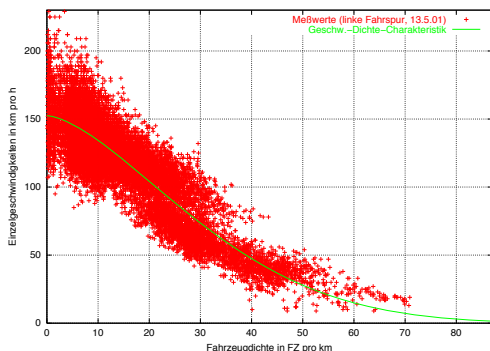


Abbildung 5.6: Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik aufgrund der 20-Fahrzeuge Methode

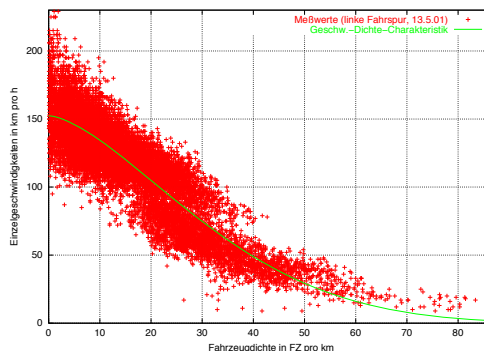


Abbildung 5.7: Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik aufgrund der Zweimal Zehn-Sekunden Methode

Da es sich dabei um einen (durch die Verwendung lediglich der Einzelgeschwindigkeiten des ersten und letzten Fahrzeuges verursachten) methodischen Fehler handelte wurde auf die weitere Verwendung der  $\pm 150$ -Meter Methode verzichtet. Die Wahl zwischen den ersten beiden Methoden war hingegen eher zufälliger Art und fiel durch Argumentation um die im Falle der Zehn Sekunden-Methode deutlich begrenztere Intervalllänge. Damit wurde unbewußt einer Frage ausgewichen, die im Zusammenhang mit der Betrachtung einer Gesamtfahrspur gestellt werden hätte müssen, nämlich ob bei mehr als zwei Fahrspuren auch mehr als 20 Fahrzeuge berücksichtigt werden müßten. Auf eine weitere Diskussion wird verzichtet, da diese Problematik bei der zehn Sekunden-Methode nicht auftritt.

In den Abbildungen 5.8, 5.9 und 5.10 wurden die mittlere Anzahl der Fahrzeuge im Segment, die mittlere Fahrzeugdichte sowie die mittlere Segmentgeschwindigkeit für alle drei Methoden über der jeweiligen (diskreten) Einzelgeschwindigkeit des betrachteten Fahrzeuges aufgetragen. Die Berechnung der mittleren Größen erfolgte durch Bildung des arithmetischen Mittels aller bei einer bestimmten Einzelgeschwindigkeit auftretenden Einzelwerte.

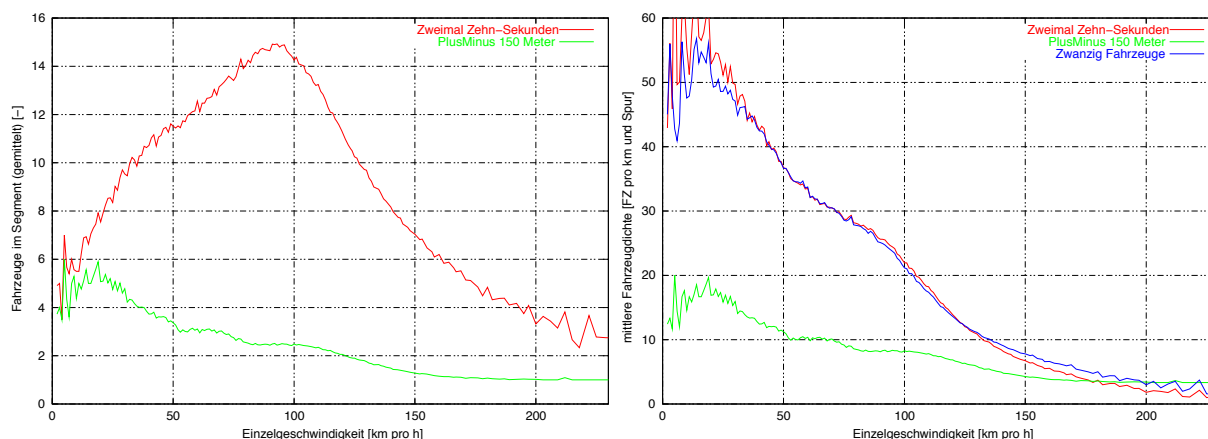


Abbildung 5.8: Mittlere Anzahl zur Dichte- Abbildung 5.9: Mittlere Fahrzeugdichte als bestimmung berücksichtigter Fahrzeuge (lin- Funktion der Einzelgeschwindigkeit (linke Fahrspur) Fahrspur)

Deutlich sichtbar ist in Abbildung 5.8, daß im Falle der  $\pm 150$ -Meter-Methode die durchschnittliche Anzahl an Fahrzeugen im Segment verhältnismäßig klein ist. Dies wirkt sich dann direkt auf den Dichtegraphen (Abbildung 5.9) aus. Der Verlauf des Zehn-Sekunden-Graphens in Abbildung 5.8 erinnert an das Fundamentaldiagramm der Verkehrsmodellierung (Abbildung 3.1.4).

Eine weitere interessante Beobachtung findet sich in Abbildung 5.10 und sollte für die weitere Betrachtungen im Hinterkopf behalten werden: Die nicht weiter berücksichtigte  $\pm 150$ -Meter-Methode liegt deutlich näher am  $f(x) = x$  Graphen, als die beiden anderen Funktionen. Dies ist besonders insofern von Interesse, als daß diese Methode – obwohl der enthaltene systematische Fehler bei der Dichtebestimmung ihre weitere Verwendung verhinderte – die größte Ähnlichkeit mit den Segmenten des Verkehrsmodells aufweisen kann.

Im Vergleich zwischen dem im Verkehrsflußmodell angewandten Verfahren der klaren Einteilung in gleiche und örtlich begrenzte Segmente, und dem hier verwendeten Ansatz ist insbesondere zu vermerken, daß für letzteren bei niedrigen Dichtewerten eine deutlich höhere Auflösung erreicht wird. Die Auswertung von Messungen ergab, daß auf dem betrachteten

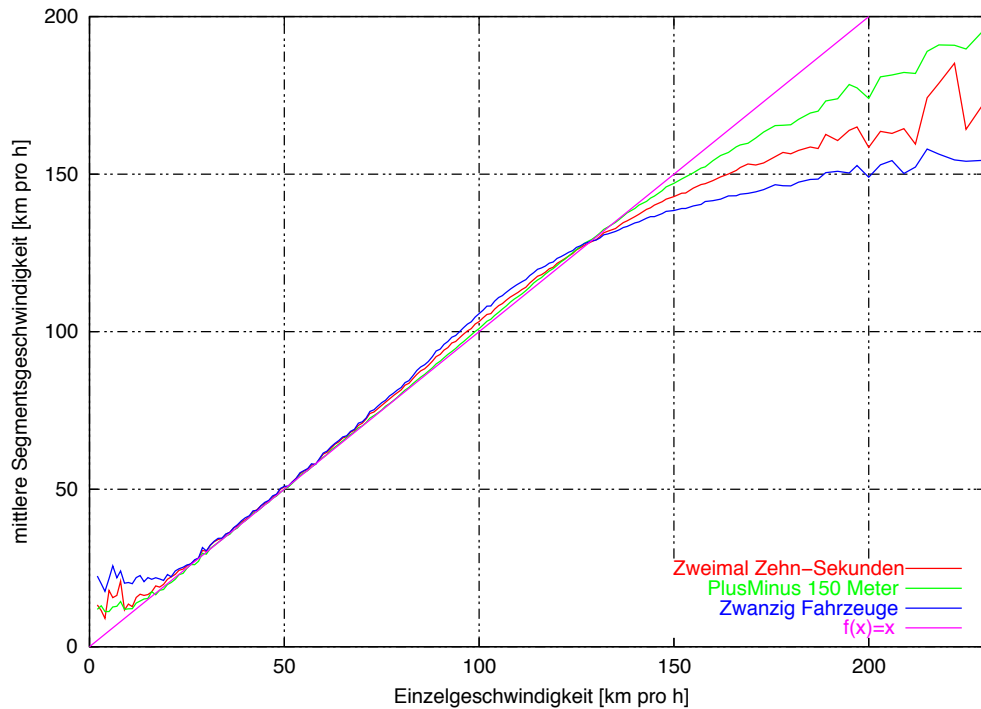


Abbildung 5.10: Methodenvergleich: mittlere Segments- als Funktion der Einzelgeschwindigkeit (linke Fahrspur)

Streckenabschnitt (bei freier Strecke) Durchschnittsgeschwindigkeiten von  $150$  bis  $160 \frac{km}{h}$  regelmäßig auftreten. Multipliziert man dies mit einem Zeitfenster von 20 Sekunden, so findet sich eine Segmentlänge von ungefähr 850 Metern (im Gegensatz zu 250 bis 300 Metern im Falle des verwendeten Verkehrsmodells).

### 5.1.5 Abhängigkeiten der verwendeten Größen

Wertet man die beiden Fahrspuren getrennt voneinander aus und vernachlässigt die zwischen den beiden Fahrspuren vorhandenen Kopplungen, so lassen sich Informationen über die Charakteristik des Verkehrs auf diesen Fahrspuren gewinnen. Ein Maß für den dabei gemachten Fehler läßt sich bilden, indem die Datensätze der beiden Fahrspuren wie die Datensätze zweier Tage aneinandergesetzt werden und das Ergebnis mit dem Datensatz der ursprünglichen Gesamtspur verglichen wird. Die Abbildungen 5.11 bis 5.14 sowie 5.15 und 5.16 zeigen dies für den Datensatz des Sonntag, 13. Mai 2001. Diese Graphen sind entstanden, indem die Werte der Abszisse (soweit nicht schon der Fall) diskretisiert wurden und alle einem dieser diskreten Intervalle zugehörigen Werte der Ordinate mittels arithmetischer Mittelwertbildung zu einem Wert aggregiert wurden. Während in den die Mittelwerte

zeigenden Abbildungen (jeweils links) relativ geringe Differenzen zu erkennen sind, weisen die Streuungen (jeweils rechte Abbildung) teilweise deutliche Unterschiede auf.

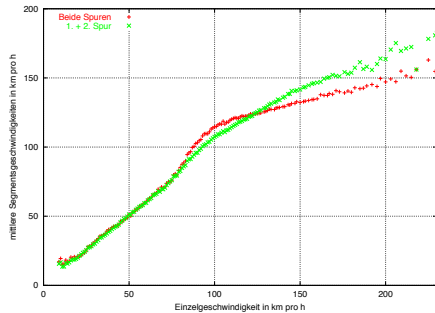


Abbildung 5.11: Mittlere Segments- als Funktion der Einzelgeschwindigkeit.

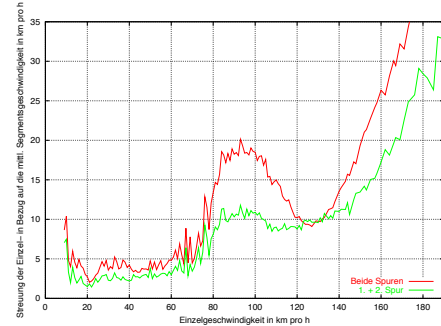


Abbildung 5.12: Streuung der Einzel- bzgl. Segmentsgeschwindigkeit.

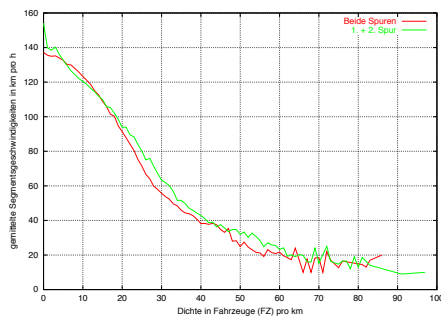


Abbildung 5.13: Segmentsgeschwindigkeit als Funktion der Dichte.

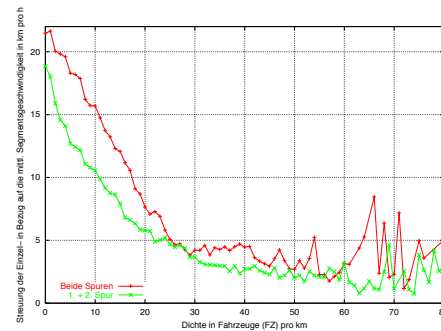


Abbildung 5.14: Streuung Einzel- bzgl. Segmentsgeschwindigkeit

Eine andere, zu untersuchende Frage betrifft eine mögliche Abhängigkeit der verwendeten Variablen. Hierfür bildet man zunächst eine Funktion  $y_1 = g(x_1)$  und anschließend  $x_2 = f(y_2)$ . Die jeweils abhängige Variable ist diejenige, über deren Werte gemittelt wird. Die unabhängige Variable weist dagegen diskreten Charakter auf. Trägt man beide Funktionen in ein und demselben Diagramm auf, so läßt das Verhältnis der beiden Kurven zueinander ein Urteil darüber zu, inwieweit die beiden Variablen korreliert sind, d.h. aus Kenntnis der einen auf die andere geschlossen werden kann. Die Abbildungen 5.17 bis 5.19 verdeutlichen dies anhand des Datensatzes vom 13. Mai 2001 für die linke, die rechte sowie die Gesamtfahrspur.

Aufgetragen wurden die gemittelten Segmentsgeschwindigkeiten sowie die gemittelten Dichten eines Segments. Deutlich wird dabei, daß die rechte Fahrbahn verhältnismäßig homogen erscheint, während auf der linken Fahrbahn die Abweichungen viel ausgeprägter sind.

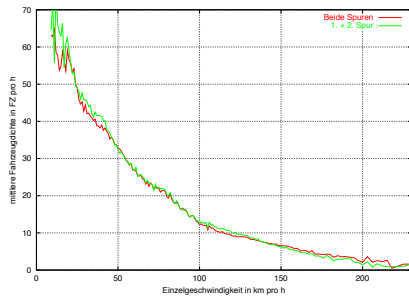


Abbildung 5.15: Mittlere Dichte als Funktion der Einzelgeschwindigkeit

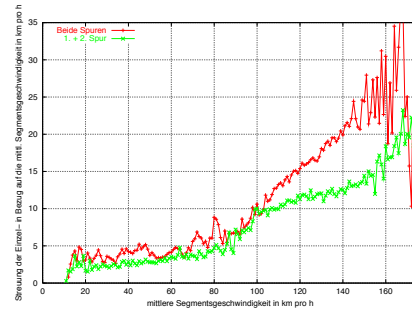


Abbildung 5.16: Streuung Einzel- bzgl. Segmentgeschwindigkeit als Funktion letzterer

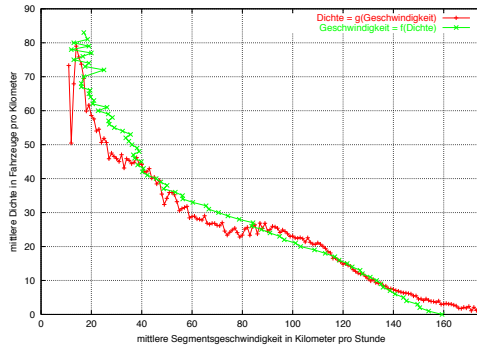


Abbildung 5.17: Auswirkung unterschiedlicher Diskretisierung (Dichte und Segmentgeschwindigkeit), linke Fahrspur (13.5.01)

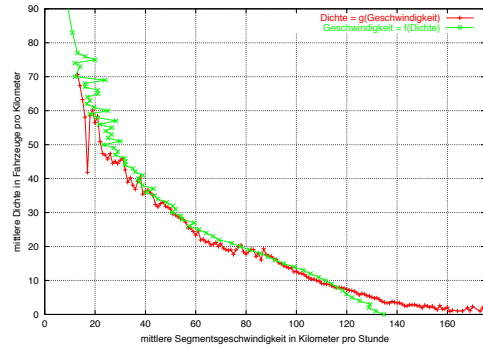


Abbildung 5.18: Auswirkung unterschiedlicher Diskretisierung (Dichte und Segmentgeschwindigkeit), rechte Fahrspur (13.5.01)

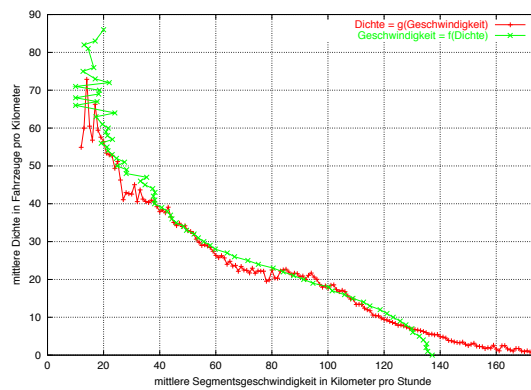


Abbildung 5.19: Auswirkung unterschiedlicher Diskretisierung (Dichte und Segmentgeschwindigkeit), eine gemeinsame Fahrspur (13.5.01)

## 5.2 Einzel- und mittlere (Segments-)geschwindigkeiten

Um eine Aussage über den Informationsgehalt einer bestimmten Einzelgeschwindigkeit in Bezug auf die jeweilige Segmentgeschwindigkeit treffen zu können, wurden die arithmetischen Mittel der Segmentgeschwindigkeiten sowie die Streuungswerte (Rauschgrößen) bezüglich aller auftretender Einzelgeschwindigkeiten ermittelt. Für den aus den Verkehrsdaten der Woche vom 13. bis 19.5.2001 gewonnenen Datensatz zeigt Abbildung 5.20 die nach Spuren getrennten Ergebnisse der gemittelten Segmentgeschwindigkeiten. Unstetigkeiten an den Kurvenenden sind auf die dort lediglich in geringer Anzahl vertretenen Meßdaten zurückzuführen. Desweiteren trat besonders im oberen Geschwindigkeitsbereich nicht jede mögliche Einzelfahrzeuggeschwindigkeit wirklich auf, auch wenn die durchgezogenen Linien der Abbildung 5.20 diesen Eindruck entstehen lassen könnten. An den unteren Enden macht sich darüberhinaus die Tatsache, daß es sich bei den ausgewerteten Daten nicht um FCD-, sondern um Schleifendaten handelt und ein Fahrzeug beim Passieren der Schleife eine gewisse Mindestgeschwindigkeit benötigt, bemerkbar.

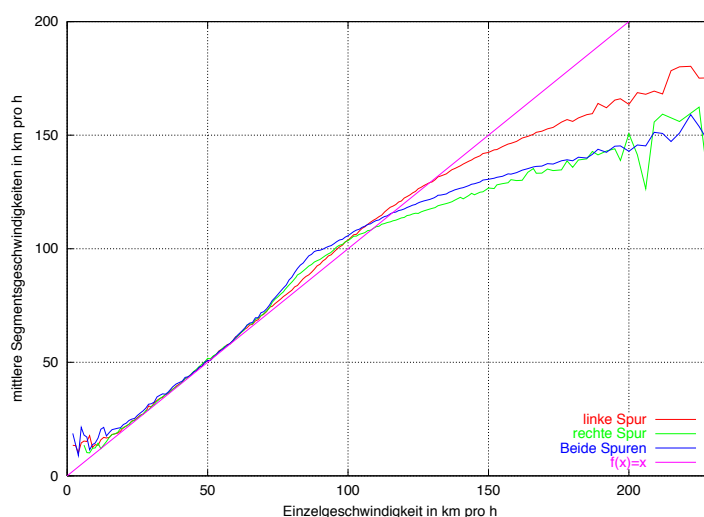


Abbildung 5.20: Gemittelte Segmentgeschwindigkeiten über der Einzelgeschwindigkeit

Analysiert man Abbildung 5.20 genauer, läßt sich festhalten, daß für Einzelgeschwindigkeiten, die kleiner als ca.  $70 \frac{km}{h}$  sind, die jeweilige Einzelgeschwindigkeit im Mittel ein sehr gutes Maß für die jeweilige Segmentgeschwindigkeit ist. Dies ist auch sofort einsichtig und kann durch eine Aufschlüsselung der Einzelgeschwindigkeitsverteilungen über der Dichte (vgl. hierzu auch Abbildung 5.49 sowie Tabelle 5.7) verhältnismäßig einfach verifiziert werden: Bei diesem Einzelgeschwindigkeitsbereich handelt es sich vornehmlich um Kolonnen- und Stop-and-Go-Verkehr. Besonders bei ersterem ist die nahezu vollständige Korrelation zwischen den Geschwindigkeiten der einzelnen Fahrzeugen gegeben.

Der Verlauf der mittleren Segmentgeschwindigkeit oberhalb dieser Kolonnenverkehrsgrenze (ca.  $70 \frac{km}{h}$ ) ist – wie Abbildung 5.21 verdeutlicht – vom Tag der Datenerhebung abhängig.

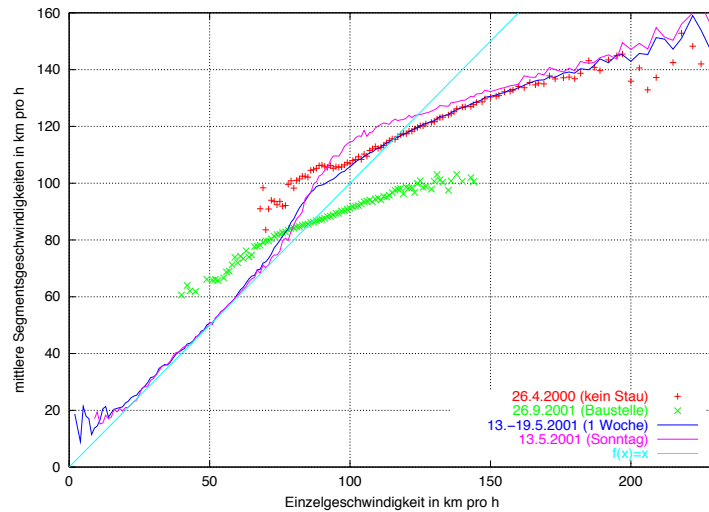


Abbildung 5.21: Gemittelte Segmentgeschwindigkeiten über der Einzelgeschwindigkeit für verschiedene Datensätze

Während der Verkehr am 26.9.01 durch eine nahe Baustelle (samt der zugehörigen Geschwindigkeitsbegrenzung) nach oben und durch die Tatsache eines fehlenden Staus nach unten eng begrenzt ist, zeigen die Verkehrsdaten des 26.4.00 eine deutliche Übereinstimmung mit den Daten der Woche vom 13. bis 19.5.01. Auffällig ist jedoch die deutlich höhere mittlere Segmentgeschwindigkeit im Einzelgeschwindigkeitsbereich zwischen  $70$  und  $95 \frac{km}{h}$ , welche durch das Nichtvorhandensein eines Staus verursacht wird. Der am Sonntag den 13.5.01 reduzierte Lastverkehr läßt sich aus der vergleichsweise höheren mittleren Segmentgeschwindigkeit deutlich ablesen.

Gemeinsam ist den Graphen (fast<sup>3</sup>) allen, daß in einem Bereich von ca.  $70 \frac{km}{h}$  bis ca.  $120 \frac{km}{h}$  die mittlere Segmentgeschwindigkeit über der übermittelten Einzelgeschwindigkeit liegt, während sie für größere Einzelgeschwindigkeiten deutlich darunter zu finden ist. Letzteres ist leicht einsichtig, da viele Fahrzeuglenker einen bestimmten Geschwindigkeitsbereich nicht überschreiten. Besonders deutlich macht dies ein Vergleich von 1. und 2. Fahrspur, wie ihn z.B. Abbildung 5.20 sowie 5.25 ermöglichen.

Im mittleren Einzelgeschwindigkeitsbereich (von  $70$  bis  $95 \frac{km}{h}$ ) finden sich indes gänzlich andere Phänomene. Da davon ausgegangen wurde, daß lediglich PKWs FC-Daten übermitteln, d.h. die Lastfahrzeuge werden zwar für die Berechnung der Segmentgeschwindigkeiten, nicht aber bei den Einzelgeschwindigkeiten berücksichtigt, müßte der Wert der mittleren Segmentgeschwindigkeit unterhalb des Wertes der jeweiligen Einzelgeschwindigkeit zu finden sein. Für die Mehrzahl der PKWs, welche eine Einzelgeschwindigkeit in diesem Bereich übermitteln läßt sich jedoch feststellen, daß diese Fahrzeuge sich in der Umgebung eines LKWs befinden. In der Regel handelt es sich dabei um Fahrzeuge, welche

<sup>3</sup>Der Baustellendatensatz vom 26.9.01 ist von dieser Aussage natürlich ausgenommen

hinter einem LKW die Geschwindigkeit haben drosseln müssen, obwohl der Verkehr auf der linken Spur, aber auch vor dem Lastkraftwagen sich deutlich schneller bewegte. Eine Spurinformation könnte diese Situation daher aber auch insofern verbessern, als daß die linke Spur eine von der rechten Spur verschiedene Dynamik aufweist.

Der Vergleich des Graphen vom 26.4.2000 aus Abbildung 5.21 mit den anderen Graphen dieser Abbildung verdeutlicht das Grunddilemma dieses Bereiches: Die Einzelgeschwindigkeit allein läßt keinen Schluß darüber zu, ob es sich bei der jeweiligen Verkehrssituation um den Übergang zum Kolonnenverkehr oder den Übergang zum freien Verkehr handelt, oder ob ein einzelnes Fahrzeug bei relativ freier Strecke einfach etwas langsamer gefahren ist. Eine weitergehende Diskussion hierzu findet sich in Kapitel 5.4.

Analysiert man die drei charakteristischen Bereiche genauer, so findet sich, daß sich die Segmentgeschwindigkeit in guter Näherung durch die folgende Funktion approximieren läßt, wobei die verwendeten Parameter  $e_0$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $a$  und  $b$  an den jeweiligen Datensatz angepaßt werden müssen.

$$\bar{v}_{Segment} \approx \begin{cases} e_0 + v_{\text{Einzel-FZ}} & \text{unterer Bereich} \\ c + d \cdot v_{\text{Einzel-FZ}} & \text{mittlerer Bereich} \\ a \cdot \arctan(b \cdot v_{\text{Einzel-FZ}}) & \text{oberer Bereich} \end{cases} \quad (5.2.1)$$

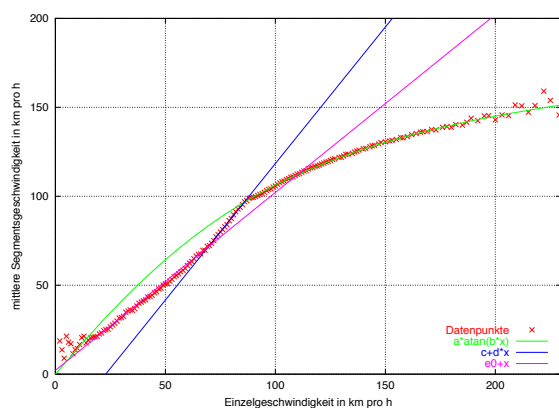


Abbildung 5.22: Approximationgraphen der Datenpunkte (13.-19.5.2001) der gemittelten Segmentgeschwindigkeit als Funktion der Einzelgeschwindigkeit

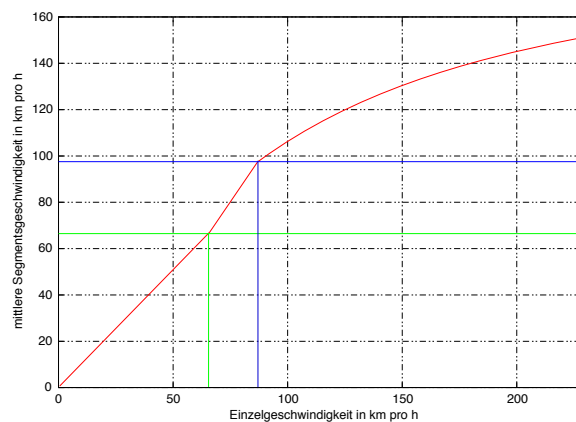


Abbildung 5.23: Korrekturfunktion  $\bar{v}_j = f(v_i)$

Abbildung 5.22 zeigt diesen Zusammenhang am Beispiel der Verkehrsdaten vom 13. bis 19. Mai 2001. Die sich aufgrund dieses Datensatzes für die Segmentgeschwindigkeitsschätzung ergebende Korrekturfunktion ist in Abbildung 5.23 dargestellt. Auch wenn der prinzipielle Verlauf dieser Funktion für alle untersuchten Datensätze einheitlich ist, lassen sich in den Parametern gewisse Unterschiede beobachten, die auf unterschiedliche Verkehrsbedingungen schließen lassen (Tabelle 5.1).

	26.4.2000 kein Stau	13.5.2001 Sonntag	26.9.2001 Baustelle	13. bis 19.5.2001 1 Woche
Bereichsgrenzen	- 95	70 95	65,5 -	68,5 85
Parameter	$a = 119,64$ $b = 0,01265$	$a = 116,446$ $b = 0,01476$ $c = -49,28$ $d = 1,690$ $e_0 = 0$	$c = 53,41$ $d = 0,376$ $e_0 = 12$	$a = 125,943$ $b = 0,011224$ $c = -35,0578$ $d = 1,53452$ $e_0 = 2,136$

Tabelle 5.1: Parametrisierung verschiedener Datensätze anhand einer Einzelgeschwindigkeits- auf (mittlere) Segmentgeschwindigkeitsabbildung. Die zugehörigen Graphen sind in den Abbildungen 5.24 bis 5.27 gezeigt.

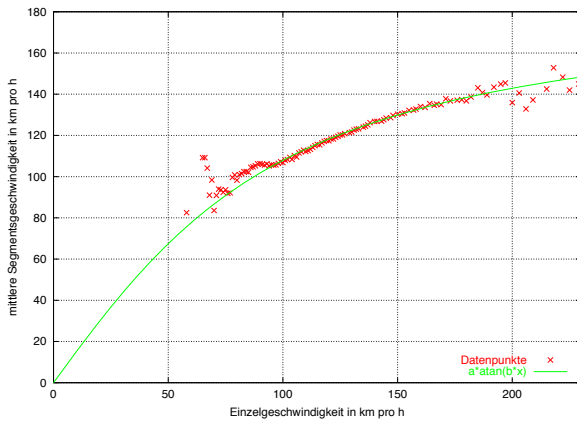


Abbildung 5.24: Segmentgeschwindigkeitsschätzfunktionen (26.4.00 - kein Stau)

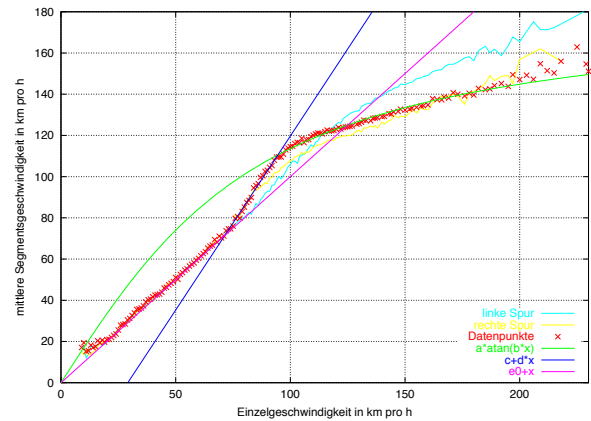


Abbildung 5.25: Segmentgeschwindigkeitsschätzfunktionen (13.5.01 - Sonntag)

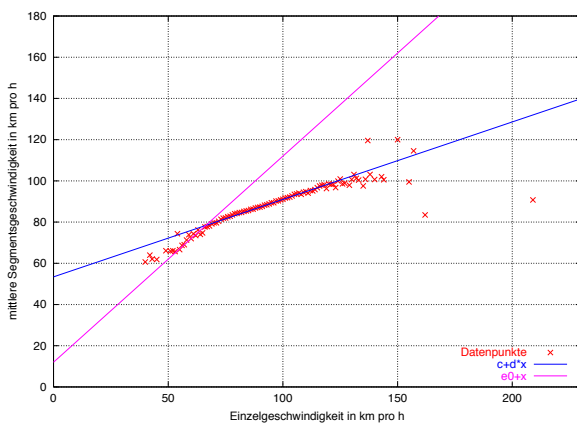


Abbildung 5.26: Segmentgeschwindigkeitsschätzfunktionen (26.9.01 - Baustelle)

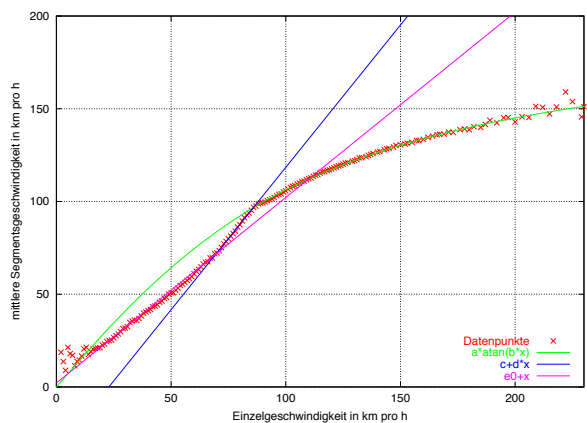


Abbildung 5.27: Segmentgeschwindigkeitsschätzfunktionen (13. - 19.5.2001)

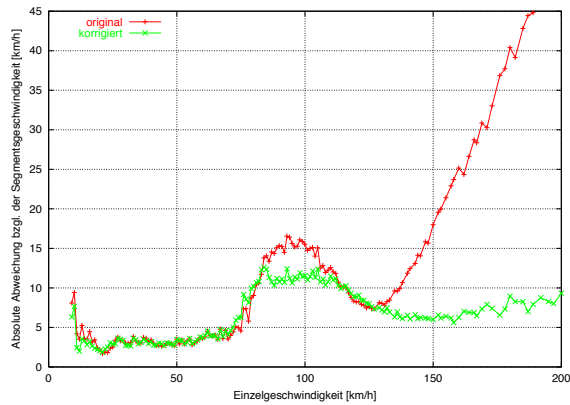


Abbildung 5.28: Gemittelte absolute Abweichung (13.5.01)

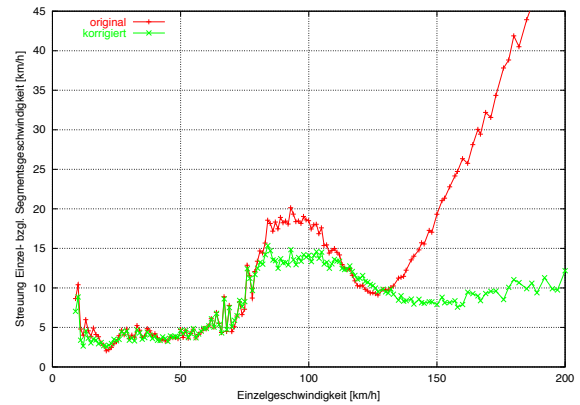


Abbildung 5.29: Streuung der Einzelgeschwindigkeit (13.5.01)

Eine solche, aufgrund der jeweils übertragenen Einzelgeschwindigkeit erfolgenden Schätzung der mittleren Segmentgeschwindigkeit kann natürlich nur einen Erfahrungswert beschreiben und kann daher im Einzelfall durchaus daneben liegen. Die Größe dieses Fehlers verdeutlichen die Abbildungen 5.28 und 5.29. Dabei wurde der über alle Einzelfahrzeuge gemittelte absolute Schätzfehler (Abbildung 5.28)

$$f_{5.28}(x) = \frac{1}{n_x} \cdot \sum_{i=i_{i_1}}^{i_{n_x}} |v_i - \bar{v}_{j(i)}| \quad \text{mit } \{i_1, \dots, i_{n_x} | v_i = x\} \quad (5.2.2)$$

sowie die in gleicher Weise gemittelte Streuung (Abbildung 5.29)

$$f_{5.29}(x) = \sqrt{\frac{1}{n_x} \cdot \sum_{i=i_{i_1}}^{i_{n_x}} (v_i - \bar{v}_{j(i)})^2} \quad \text{mit } \{i_1, \dots, i_{n_x} | v_i = x\} \quad (5.2.3)$$

über der jeweiligen Einzelgeschwindigkeit aufgetragen. Die in rot gehaltenen (mit + markierten) Datenpunkte stellen dabei die Situation, einer eins-zu-eins-Schätzung dar. Dabei wird angenommen, daß die gesuchte Segmentgeschwindigkeit identisch der übermittelten Einzelgeschwindigkeit sei. Die grünen (mit x markierten) Datenpunkte stellen den Fall einer nach Gleichung 5.2.1 erfolgten Bestimmung der Segmentgeschwindigkeit dar. Als Datenbasis für die Korrekturfunktion wurde die Woche vom 13. bis 19. Mai 2001 verwendet. Die Graphen wurden unter Verwendung der Daten des 13. Mai 2001 erstellt.

Schön zu sehen ist, daß sowohl im Bereich zwischen 80 und 110  $\frac{km}{h}$  als auch im Bereich über 130  $\frac{km}{h}$  eine deutliche Verbesserung erzielt werden kann. Im unteren Geschwindigkeitsbereich läßt sich hingegen keine Verbesserung erzielen, was zur Folge hat, daß diese Korrektur sich zwar für eine Zustandsschätzung im Allgemeinen gut eignet, für eine Stauprognose jedoch keine Verbesserung mit sich bringen wird.

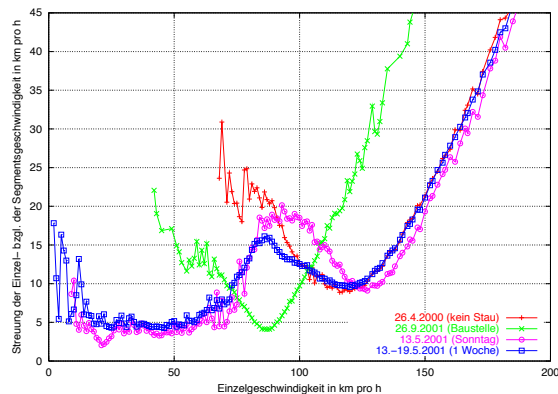


Abbildung 5.30: Streuung der Einzelgeschwindigkeit; Vergleich verschiedener Datensätze.

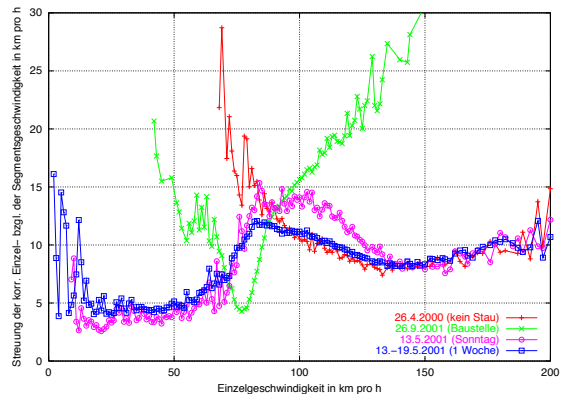


Abbildung 5.31: Streuung der korrigierten Einzelgeschwindigkeit; Vergleich verschiedener Datensätze.

Ähnliche Ergebnisse erhält man auch für die anderen Datensätze, wie ein Vergleich der Abbildungen 5.30 und 5.31 erkennen läßt. Aus Abbildung 5.30 lassen sich deutlich die unterschiedlichen Verkehrszustände der gewählten Tage (26.4.00, 13.5.01, 29.9.01 und 13. bis 19.5.01) ablesen:

- Während der Datensatz des 26. Aprils 2000 (an diesem Tag konnte keinerlei dauerhafte Verkehrsbeeinträchtigung festgestellt werden) die Form  $a \cdot x^2$  mit Scheitelabszisse bei ca.  $120 \frac{km}{h}$  aufweist, findet sich diese Quadratfunktion am 29. September 2001 (kein Stau, aber Baustelle und Geschwindigkeitsbegrenzung) mit einem deutlich kleineren  $a$  und einer Scheitelabszisse von lediglich ca.  $87 \frac{km}{h}$  wieder.
- Sind staubedingte Verkehrsbeeinflussungen vorhanden, so findet sich ein zweigeteilter Definitionsbereich, der im oberen Teil ( $> 100 \frac{km}{h}$ ) wiederum Quadratform aufweist, während er im unteren Teil ( $< 80 \frac{km}{h}$ ) schnell auf einen konstanten Wert absinkt.
- Erneut lassen sich gewisse Unterschiede zwischen dem Datensatz des Sonntags (wenig Lastverkehr) und der gesamten Woche ausmachen.

Abbildung 5.31 zeigt deutlich die Grenzen dieser verhältnismäßig einfachen Korrekturfunktion auf: Eine merkliche Verbesserung gelingt auf diese Art und Weise lediglich im – für die Stauprognose uninteressanten – Bereich oberhalb von  $70 \frac{km}{h}$ . Dies ist allerdings keinesfalls überraschend, da unterhalb dieser Grenze auch keine Korrektur vorgenommen wurde. Der Baustellendatensatz des 29.9.2001 weist im Bereich zwischen 70 und  $120 \frac{km}{h}$  eine teilweise deutliche Verschlechterung des Schätzwertes auf. Der Datensatzes des staufreien 26.4.2000 fällt lediglich deswegen ins Auge, da seine Abweichung im mittleren Bereich (aufgrund des nicht vorhandenen Staus) bereits in Abbildung 5.30 deutlich hervorgetreten ist.

Diese Beobachtung wirft die Frage auf, ob es nicht möglich wäre, eine – besonders im Bereich zwischen 70 und  $120 \frac{km}{h}$  – deutlich verbesserte Prognose zu erreichen, wenn dem

Schätzer eine Information über die Verkehrsdichte zur Verfügung gestellt werden könnte. Dabei stellt sich jedoch das Problem, daß die Verkehrsdichte eine Zustandsgröße des Verkehrsflußmodells ist, die der Meßdatenvorverarbeitung nicht zur Verfügung steht. Dies zu ändern würde bedeuten, einen Meßwert in Abhängigkeit eines geschätzten (und eventuell durch diesen Meßwert zu korrigierenden) Zustandes zu verändern. Ein solcher Eingriff bedarf jedoch einer Stabilitäts- und Konvergenzuntersuchung, die mit dem Rahmen dieser Arbeit nicht vereinbar war.

Ermittelt man die Streuungswerte für die beiden Fahrspuren getrennt, so erhält man durchaus interessante Ergebnisse (Abbildung 5.32). Besonders deutlich wird hierbei, das die Spitze bei  $80 \frac{km}{h}$  eine Folge der gemeinsamen Spur ist, d.h. der Verkehr beider Spuren für sich genommen verhältnismäßig homogen ausfällt. Ebenfalls interessant, wenn auch in gewisser Weise erwartbar, fällt der deutliche Unterschied zwischen den Spuren aus: Der linken (!) Spur wird dabei ein weitaus homogenerer Verkehr bescheinigt, als dies für die rechte, langsamere Spur, der Fall ist.

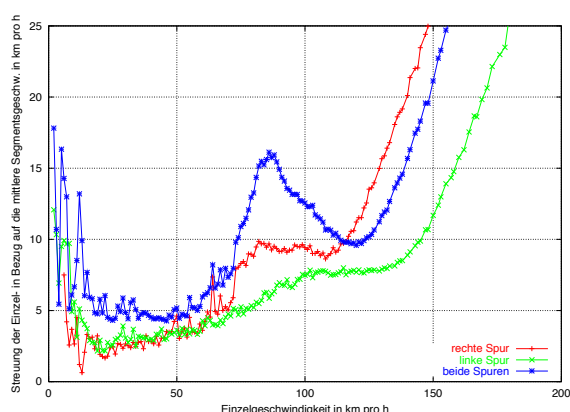


Abbildung 5.32: Streuungen der Einzelgeschwindigkeiten. Fahrspurdifferenziert, 13.-19.5.2001.

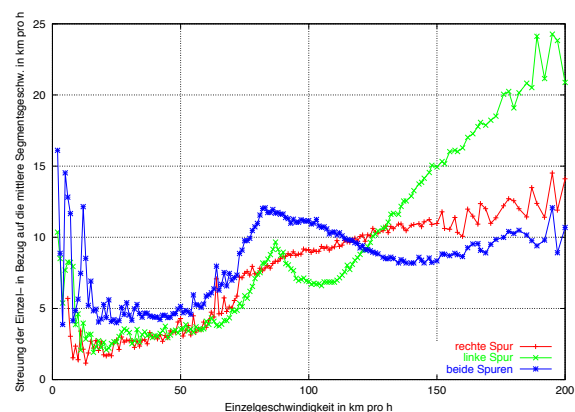


Abbildung 5.33: Streuungen der Einzelgeschwindigkeiten, korrigierte Schätzwerte. Fahrspurdifferenziert, 13.-19.5.2001.

Gänzlich anders sieht dies für die verbesserte Schätzung aus (Abbildung 5.33). Das Ergebnis der linken Spur verschlechtert sich im Einzelgeschwindigkeitsbereich oberhalb von  $80 \frac{km}{h}$  (mit Ausnahme in der Umgebung von  $100 \frac{km}{h}$ ) durch die vorgenommenen Korrekturen deutlich! Unter diesem Aspekt wäre es durchaus wünschenswert, wenn die FC-Datensätze eine Spurinformaton enthalten würden. Immerhin der für die rechte Spur festgestellte Schätzfehler konnte durch die Korrekturen deutlich verringert werden.

Die Verteilung der Einzelgeschwindigkeit sowie der geschätzten Korrekturwerte über der jeweiligen Segmentgeschwindigkeit als Punktwolke ist in Abbildung 5.34 dargestellt. Dabei ist zu beachten, daß aus der Abbildung keinerlei Information ablesbar ist, ob ein Wert lediglich einmal oder mehrfach dargestellt wurde.

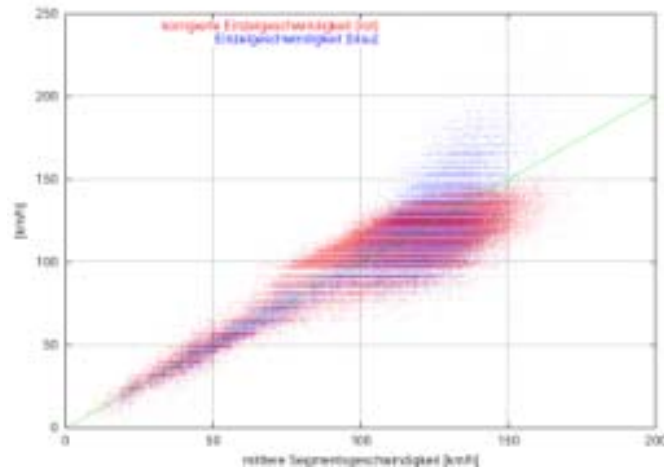


Abbildung 5.34: Punktwolken der Einzel- und korrigierter Einzelgeschwindigkeiten, aufgetragen über der mittleren Segmentgeschwindigkeit

### 5.3 Dichte und Einzelgeschwindigkeit

Zu Beginn des Kapitels 5.1.5 wurde eine verhältnismäßig hohe Abhängigkeit zwischen Einzelgeschwindigkeit und der gemittelten Fahrzeugdichte festgestellt. Andererseits wurde in Kapitel 5.2 festgestellt, daß die Kenntnis der jeweiligen Dichte eine verbesserte Geschwindigkeitsschätzung möglich machen würde. Daher scheint eine tiefgreifendere Diskussion des Zusammenhangs zwischen Dichte und Einzelgeschwindigkeit notwendig.

Trägt man die über alle Meßwerte mit gleichen Einzelgeschwindigkeitswerten  $v_i$  gemittelte Dichte  $\rho(v)$  über der Einzelgeschwindigkeit  $v$  auf, findet sich der in Abbildung 5.35 gezeigte Dichtegraph

$$\rho_{5.35}(v) = \frac{1}{n_v} \cdot \sum_{i=i_1}^{i_{n_v}} \rho_i \quad \text{mit } \{i_1, \dots, i_{n_v} | v_i = v\} . \quad (5.3.1)$$

Es läßt sich zeigen, daß der beide Spuren überspannende Graph sich in guter Näherung durch eine Funktion

$$\rho_{\text{approx}}(v) = a \cdot e^{-b \cdot v} \quad (5.3.2)$$

approximieren läßt. Die dabei auftretenden Parameter lassen sich für den Datensatz der Woche vom 13. bis 19. Mai 2001 zu  $a = 68 \frac{FZ}{km}$  und  $b = 0,01536 \frac{h}{km}$  bestimmen.

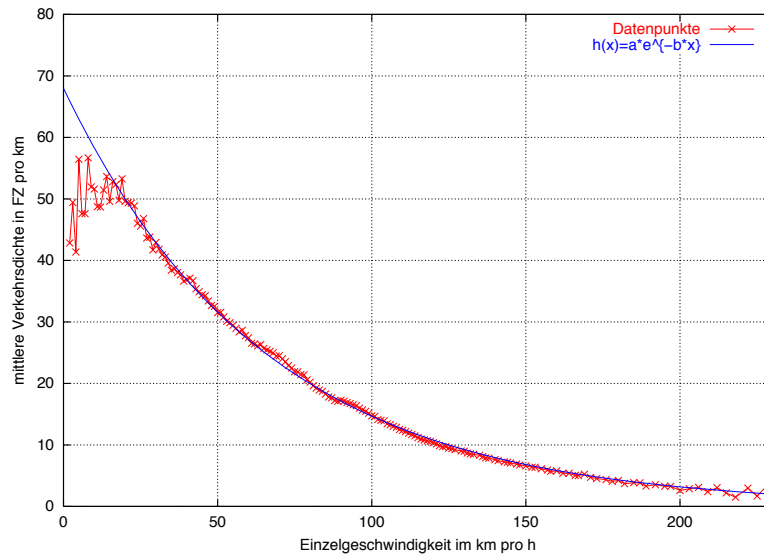


Abbildung 5.35: Dichteverläufe, 1Woche

Invertiert man den Wert des Parameters  $b$ , so erhält man jene Geschwindigkeit, für die der Exponent der e-Funktion gleich minus eins wird. Dieser Wert ( $\approx 65,1 \frac{km}{h}$ ) ist besonders deshalb interessant, weil er in jener Größenordnung zu finden ist, der die obere Grenze des Kolonnenverkehrs darstellt. Darüberhinaus liegt der zugehörige Dichtewert

$$\rho_{\text{approx}}(v) = 68 \cdot e^{-1} \frac{FZ}{km} = 25 \frac{FZ}{km} \quad (5.3.3)$$

nur wenig unter dem von Cremer bestimmten kritischen Dichtewert von

$$\rho_{\text{krit}}^{\text{Cremer}} = 25,98 \frac{FZ}{km} . \quad (5.3.4)$$

Dies soll jedoch erst in Kapitel 5.4 näher diskutiert werden. Ein durchaus unerwarteter Effekt tritt auf, wenn man den Dichtegraphen aus Abbildung 5.35 nach Einzelspuren getrennt auswertet (Abbildung 5.36). Während die Bestimmung der Ausgleichsfunktion nach Gleichung (5.3.2) im Falle der rechten Fahrspur auf die Parameter  $a = 71,3$  und  $b = 0,0188$  führt, stellt die Aufgabe einer geschlossenen Anpassung des Datenpunkterlaufs der linken Fahrspur ein noch ungelöstes Problem dar, was vor allem auf die Kopplung der beiden Fahrspuren zurückführbar sein dürfte.

Da es sich bei den betrachteten Dichtewerten lediglich um Mittelwerte handelt, ist die Diskussion der zugehörigen mittleren absoluten (d.h. betragsmäßigen) Abweichung

$$f_{5.37}(x) = \frac{1}{n_x} \cdot \sum_{i=i_{i_1}}^{i_{n_x}} |\rho_i - \rho_{j(i)}| \quad \text{mit } \{i_1, \dots, i_{n_x} | v_i = x\} \quad (5.3.5)$$

nicht weniger interessant (Abbildung 5.37).

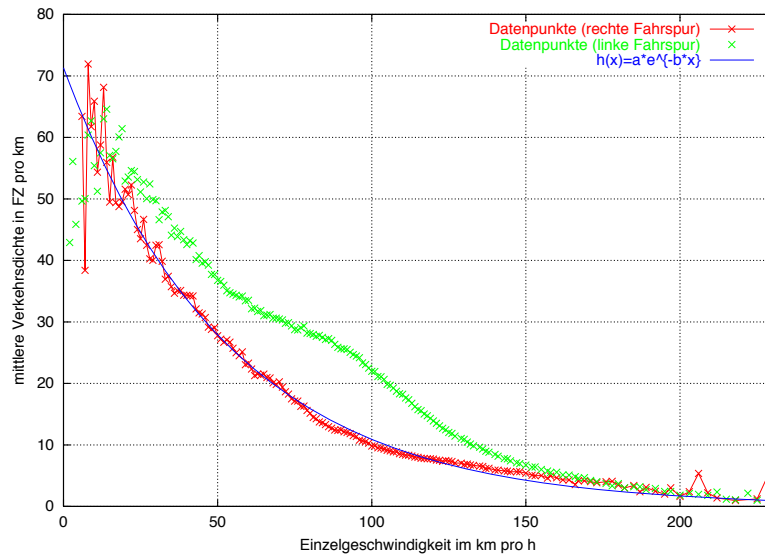


Abbildung 5.36: Dichteverlauf, 13.-19.5.2001

Auffällig dabei ist vor allem, daß die mittlere absolute Abweichung über dem Einzelgeschwindigkeitsbereich nur geringfügig absinkt, d.h. die (der relativen mittleren Abweichung

$$f_{5.38}(x) = \frac{1}{n_x} \cdot \sum_{i=i_{11}}^{i_{n_x}} \frac{|\rho_i - \rho_{j(i)}|}{\rho_{j(i)}} \quad \text{mit } \{i_1, \dots, i_{n_x} | v_i = x\} \quad (5.3.6)$$

proportionale) Unsicherheit einer Dichteschätzung mit steigender Einzelgeschwindigkeit zunimmt. Dies verdeutlicht Abbildung 5.38.

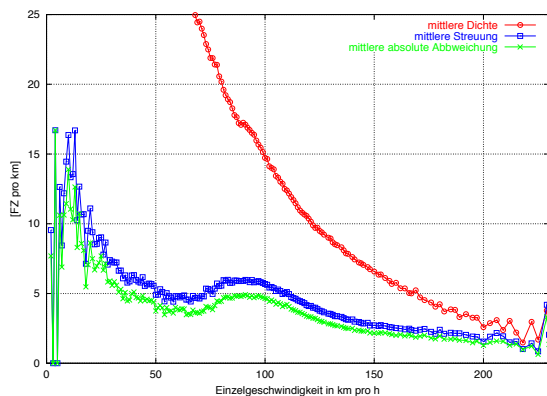


Abbildung 5.37: Streuung und absolute Abweichung der Dichte (von der mittleren Dichte) über der Einzelgeschwindigkeit (Datenbasis: 13. bis 19.5.2001)

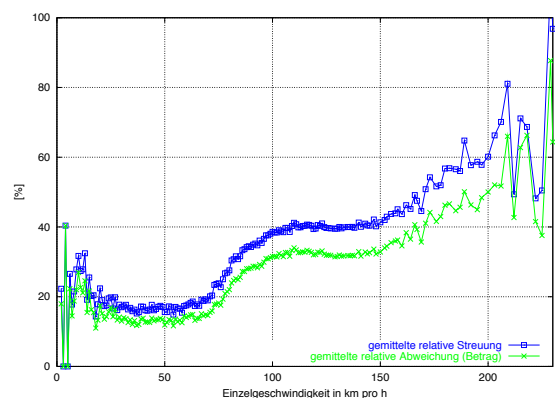


Abbildung 5.38: Abbildung 5.37 mit relativer Skalierung

Die dort abgebildeten und über der Einzelgeschwindigkeit aufgetragenen Relativwerte der die Dichte betreffenden Streuung und betragsmäßigen Abweichung erfahren im Geschwindigkeitsbereich zwischen  $60 \frac{km}{h}$  und  $120 \frac{km}{h}$  eine Verdopplung. Interessant ist hierbei insbesondere der Wendepunkt dieses Anstiegs, welcher ebenfalls in Kapitel 5.4 näher betrachtet werden soll.

Bei all diesen Betrachtungen ist zu beachten, daß bei der durch Gleichung 5.3.2 gegebenen Ausgleichsfunktion die Einzelgeschwindigkeit als Abszissenvariable verwendet wird. Damit unterscheidet sie sich grundsätzlich von ihrer Inversen, der bereits in Kapitel 3.1.3.2 diskutierten Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik. Abbildung 5.39 zeigt zum Vergleich, wie letztere unter Verwendung von auf den Datensatz vom 13.-19.5.2001 angepaßten Parametern ( $v_{frei} = 139$ ;  $m = 1, 5$ ;  $l = 12$ ;  $\rho_{max} = 200$ ) aussehen würde.

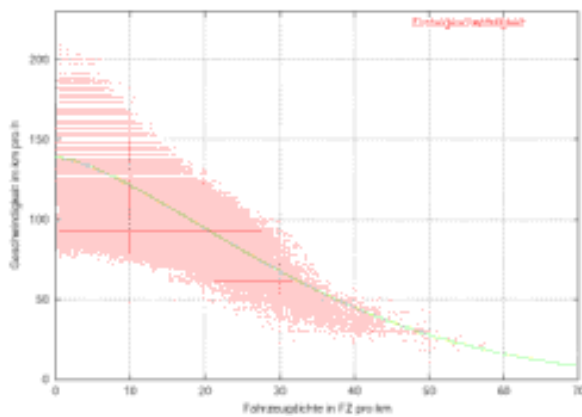


Abbildung 5.39: Punktwolke der Einzelgeschwindigkeiten über der Dichte (13.-19.5.2002)

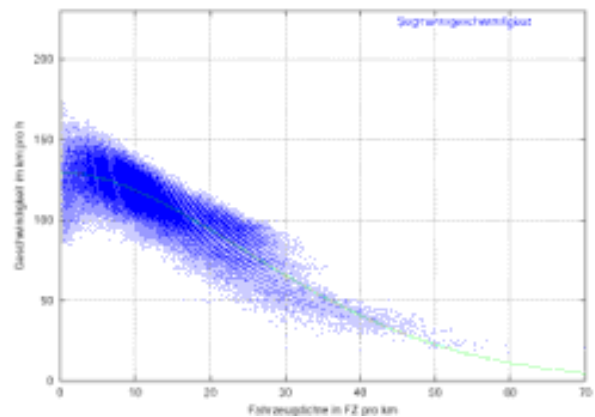


Abbildung 5.40: Punktwolke der Segmentsgeschwindigkeiten über der Dichte (13.-19.2001)

Abbildung 5.41 zeigt die über die Meßwerte eines jeden (diskreten) Abszissenwertes gemittelte Verkehrsdichte als Funktion der Einzelgeschwindigkeit einerseits und als Funktion der Segmentsgeschwindigkeit andererseits aufgetragen.

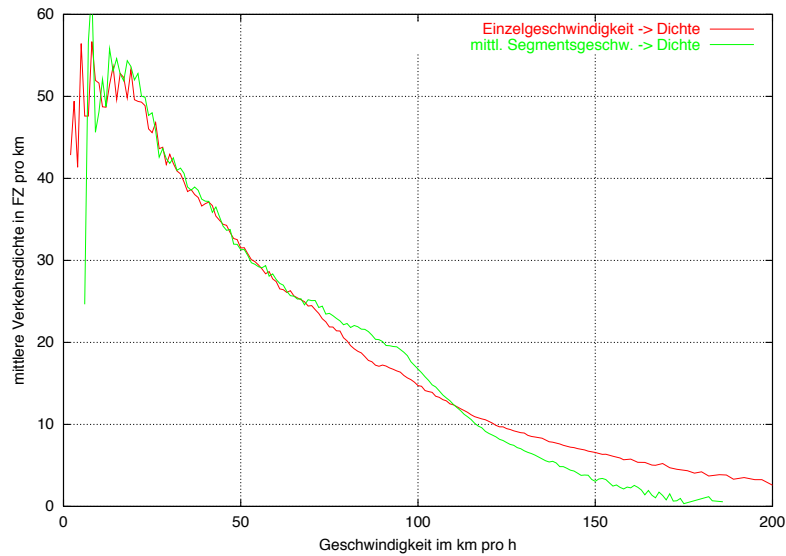


Abbildung 5.41: Mittlere Dichte in Abhängigkeit von Einzel- und Segmentgeschwindigkeit (Datenbasis: 13. bis 19.5.2001)

Deutlich zu erkennen sind dabei wiederum die bereits anhand von Abbildung 5.21 diskutierten drei Geschwindigkeitsbereiche:

- kleiner  $70 \frac{km}{h}$ : Kolonnenverkehr.  
Die Einzelgeschwindigkeit entspricht der mittleren Segmentgeschwindigkeit.
- 70 bis ca.  $120 \frac{km}{h}$   
Die übermittelten Einzelgeschwindigkeiten liegen unter der mittleren Segmentgeschwindigkeit.
- größer  $120 \frac{km}{h}$   
Die Einzelgeschwindigkeit liegt oberhalb der mittleren Segmentgeschwindigkeit.

Abbildung 5.42 zeigt dieselben Zusammenhänge wie Abbildung 5.41, allerdings in umgekehrter Variablenanordnung. Dies bedeutet, daß in diesem Fall statt der Geschwindigkeits- die Dichteachse diskretisiert wurde. Die Geschwindigkeitsgraphen ergeben sich dann durch Bildung des arithmetischen Mittels der Geschwindigkeiten der Einzelfahrzeuge über dieser diskretisierten Dichteachse. Deutlich zu sehen ist, daß Einzel- und Segmentgeschwindigkeit in dieser Darstellung lediglich für Dichten kleiner als ca.  $18 \frac{FZ}{km}$  voneinander abweichen und danach identische Werte liefern. Dies liegt daran, daß der, bei der Ermittlung der mittleren Einzelgeschwindigkeit unberücksichtigte Lastverkehr in diesen Dichtebereichen seine Geschwindigkeit dem restlichen Verkehr noch nicht aufzwingt, während dies bei größeren Verkehrsdichten der Fall ist, bevor auch die LKWs in ihrer Bewegungsfreiheit eingeschränkt werden.

Die durch die unterschiedliche Diskretisierung auftretenden Unterschiede sind indes absolut nicht zu vernachlässigen, wie Abbildung 5.43 verdeutlicht. Dabei wurden an der Ordinate die Segmentgeschwindigkeit und an der Abszisse die Fahrzeugdichte aufgetragen. Der erste Graph (Geschwindigkeit  $\rightarrow$  Dichte) zeigt die über der diskretisierten Geschwindigkeitsachse gemittelten Dichtewerte und wurde über der Ordinate aufgetragen. Der zweite Graph (Dichte  $\rightarrow$  Geschwindigkeit) zeigt dann zum Vergleich die über der diskretisierten Dichteachse gemittelten Geschwindigkeitswerte, welche über der Abszisse aufgetragen wurden. Abgesehen von den erwartungsgemäßen Abweichungen im oberen und unteren Teilverlauf der Graphen sind dabei besonders die Abweichungen im Bereich zwischen 18 und  $50 \frac{FZ}{km}$  zu vermerken.

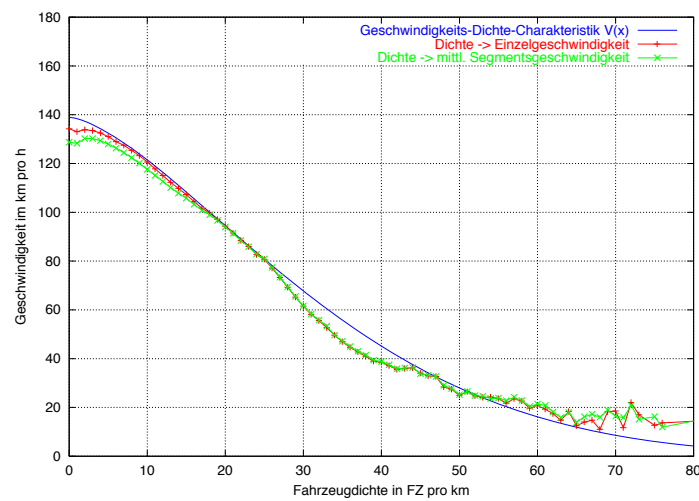


Abbildung 5.42: Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik. Vergleich mittlere Einzel- mit mittlerer Segmentgeschwindigkeit über der Dichte (13.-19.5.2001) sowie mit  $\mathcal{V}(\rho)$

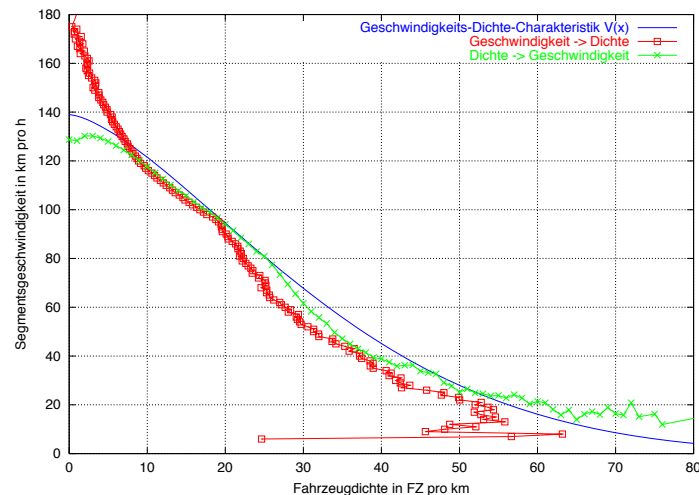


Abbildung 5.43: Geschwindigkeits-Dichte- versus Dichte-Geschwindigkeits-Charakteristik (Datenbasis: 13. bis 19.5.2001)

## 5.4 Häufigkeitsverteilung gemessener Einzelgeschwindigkeiten in Abhängigkeit der Dichte

In den vorangegangenen Abschnitten wurden über der (diskretisierten) Geschwindigkeitsachse gemittelte Werte der Dichte, Geschwindigkeit sowie absolute Abweichungen und Streuungen aufgetragen. Dabei wurde stets von der Annahme Gebrauch gemacht, daß es sich um normalverteilte Fehler handeln würde. Dies war damit begründet, daß die mittlere Segmentgeschwindigkeit als arithmetischer Mittelwert einer angenommenen großen Gesamtheit von näherungsweise normal verteilten Einzelgeschwindigkeiten definiert wurde (Kapitel 3.1.1). Der arithmetische Mittelwert von  $N$  aus einem gaußverteilten Zufallsprozeß entnommenen Einzelwerten ist seinerseits gaußverteilt.

In diesem Zusammenhang stellte Pampel [12] bereits in den fünfziger Jahren Untersuchungen zum Verkehrsflußverhalten an. Von der Annahme ausgehend, daß auf der sogenannten freien Strecke jeder Verkehrsteilnehmer sich mit einer von ihm frei gewählten Geschwindigkeit fortbewegt, folgerte er, daß die Streuung ein Maß für die Unabhängigkeit sei. Die zahlenmäßige Verminderung der Streuung deutete er daher als Einschränkung der Bewegungsfreiheit der Einzelfahrzeuge. Mit steigender Anzahl  $N_j$  Fahrzeuge im Segment müßten somit immer mehr Fahrzeuge Rücksicht auf eine Geschwindigkeit nehmen, die in der Nähe der durchschnittlichen Geschwindigkeit eines Fahrzeugkollektives läge. Damit würde aber die Varianz der Häufigkeitsverteilung der Einzelgeschwindigkeiten  $v_i$  immer geringer. Im Extremfall würde  $N_j$  also so groß, daß alle Fahrzeuge die gleiche Geschwindigkeit führen ( $v_{i,j} = \bar{v}_j$ ) und die zugehörige Streuung den Wert Null annehmen würde. Diese Überlegungen stützte er mit umfangreichen Messungen an der Autobahn Hamburg-Lübeck. Er fand, daß sich die Häufigkeitsverteilung als Funktion von Segmentgeschwindigkeit und Verkehrsstrom ( $q_l$ ) angeben läßt. Dieser Zusammenhang wurde von Cremer [3] vereinfacht mit

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_0^2}{\rho_j + c_0} \quad (5.4.1)$$

angegeben.  $\sigma_0$  und  $\rho_0$  sind dabei anzupassende Parameter.  $\rho_j$  ist dabei die Dichte im Segment und  $\sigma$  der gesuchte Streuungswert. Die Einheit von  $\sigma_0$  ergibt sich somit zu

$$\sqrt{\frac{FZ \cdot km}{h^2}} \quad (5.4.2)$$

Die Einheit des Parameters  $c_0$  entspricht der der Dichte ( $\frac{FZ}{km}$ ).

Dies bedeutet, daß die Streuung der Einzelgeschwindigkeiten bzgl. der mittleren Segmentgeschwindigkeit nach Cremer den in Abbildung 5.44 gezeigten Verlauf (mit  $\sigma_0 = 249 \sqrt{\frac{FZ \cdot km}{h^2}}$  und  $r_0 = 9,82 \frac{FZ}{km}$ ) hat. Zum Vergleich wurde der Verlauf der Meßdaten der Woche vom 13. bis 19. Mai 2001 eingezeichnet, wobei der untere der beiden Datenpunkt-Graphen die gemittelte Streuung der Einzelgeschwindigkeitswerte bezüglich der jeweiligen Segmentgeschwindigkeit zeigt. Der obere dieser beiden Graphen zeigt hingegen die Streuung der Einzelgeschwindigkeit in Bezug auf die über der diskreten Dichteachse gemittelten

Segmentgeschwindigkeit. Während die großen Schwankungen im Bereich größerer Dichten durch den geringer werdenden Stichprobenumfang zu erklären sind, fallen besonders zwei Dinge auf:

- Der Verlauf besitzt im Bereich bis ca.  $20 \frac{FZ}{km}$  eher (negativ) proportionalen als umgekehrt proportionalen Charakter.
- Zwischen 18 und ca.  $35 \frac{FZ}{km}$  hängt der Meßdatenverlauf des roten Graphens im Vergleich zum Idealverlauf deutlich sichtbar durch, wohingegen der grüne Graph die entgegengesetzte Tendenz aufweist.

Obwohl schon Cremer anmerkte, daß die Erfahrung lehre, daß die Streuung (entgegen obiger Gleichung) im Stau durch den sogenannten Stop-and-Go-Verkehr wieder anwachsen würde, wurde meist von konstanter Streuung oder von dem oben angegebenen Verlauf ausgegangen. Für eine unter anderem auf den Einzelgeschwindigkeiten beruhende Zustandsschätzung sollte dieses Phänomen jedoch näher diskutiert und erläutert werden.

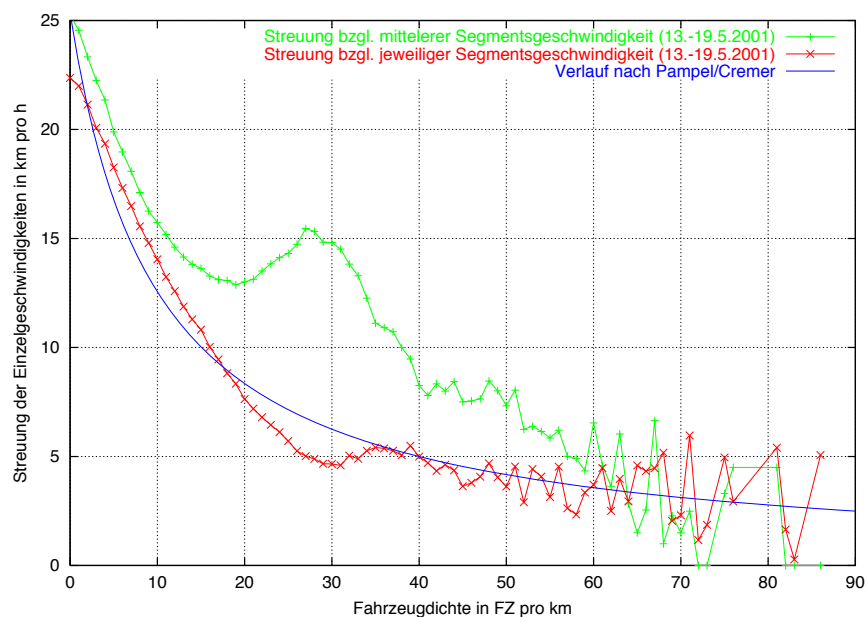


Abbildung 5.44: Streuung der Einzelgeschwindigkeitswerte über der Fahrzeugdichte nach Pampel/Cremer im Vergleich mit Meßwerten (13.-19.5.2001)

Beabsichtigt man eine Variable (in diesem Fall die Verteilungsdichte der Einzelgeschwindigkeit) in Abhängigkeit eines Parameters (in diesem Fall der Dichte) darzustellen, so muß man die Meßwerte derart unterteilen, daß in jeder Untergruppe (Klasse) zum einen ausreichend Meßwerte vorhanden sind, um vernünftige, aussagekräftige Graphen zu erhalten, zum anderen die Klassen so wählen, daß diese einerseits möglichst vergleichbar sind, andererseits aber möglichst unterschiedliche Eigenschaftsausprägungen widerspiegeln.

Für den hier vorliegenden einfachen Fall wurden zwei Ansätze diskutiert:

- a) Jede Klasse enthält ungefähr die gleiche Anzahl an Elementen.
- b) Die Klassen werden so gewählt, daß die zu untersuchende Merkmalsausprägungen möglichst deutlich hervortreten.

Bei der Erstellung der in diesem Kapitel gezeigten Verteilungsdichte-Diagramme wurden die einzelnen Kurven mittels einer linear-binomialen Maske<sup>4</sup> geglättet und je drei Punkte zu einem zusammengefaßt. Durch diese Maßnahme weisen die Kurven zwar teilweise seltsame Knicke auf, sind aber deutlich besser lesbar, als die ungeglätteten Originalverläufe. Abbildung 5.45 zeigt die ungeglättete Version der später in diesem Kapitel gezeigten Abbildung 5.46.

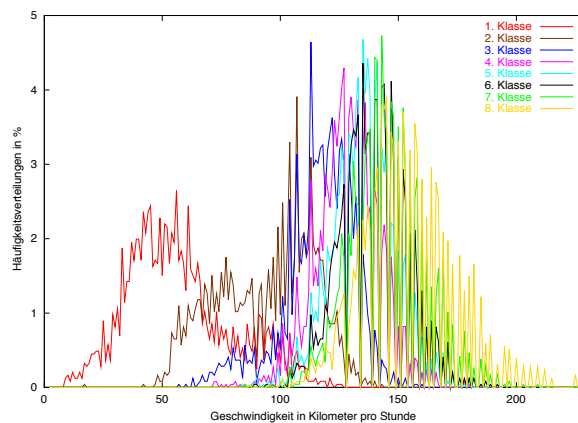


Abbildung 5.45: Unglättete Häufigkeitsverläufe

### Gleiche Anzahl Elemente pro Klasse

Die erste Methode besitzt zwei Nachteile: Zum Einen ist die Ergebnisorientierung geringer als bei der zweiten Methode und zum Anderen müssen die Klassengrenzen strenggenommen für jeden Datensatz neu bestimmt werden. Letzteres stellt dabei einen besonders aufwendigen Prozeß dar, da die bestehende Liste der Größe einer Ausprägung (in vorliegendem Fall der Dichte) nach sortiert werden muß, bevor die entsprechenden Grenzen gezogen werden können. Angewandt auf den Datensatz des 13. Mai 2001 lassen sich jene, in Tabelle 5.2 dokumentierten Dichtewerte ermitteln, an denen – für die Fahrspuren getrennt – eine Klassengrenze eingefügt werden muß, um acht gleich große Klassen zu erhalten. Die Einheit der angegebenen Werte ist Fahrzeuge pro Kilometer.

---

<sup>4</sup>Hierfür wurde der aktuelle Wert mit 6, die beiden Nachbarn mit 4 und die beiden daran angrenzenden Werte mit 1 gewichtet.

Dichte in $\frac{FZ}{km}$	linke Spur	rechte Spur	Beide Spuren
kleinster Wert	0.0626	0.4363	0.1823
7. Grenze	4.1958	4.1523	4.0836
6. Grenze	6.5453	6.3570	6.3814
5. Grenze	8.7544	7.9428	8.1242
4. Grenze	11.2620	9.3612	9.9204
3. Grenze	14.6758	10.8979	12.2506
2. Grenze	20.1651	13.5445	16.3095
1. Grenze	27.3742	19.6650	23.1810
größter Wert	83.3905	97.1626	86.4765

Tabelle 5.2: Dichteklasseneinteilung für den Datensatz vom 13. Mai 2001

Die Verwendung einheitlicher Grenzen für unterschiedliche Datensätze hat einen deutlichen Einfluß auf die Klassenmächtigkeit wie Tabelle 5.3 zeigt. Dabei wurden die für den 13. Mai 2001 (ein Sonntag mit Stau) ermittelten Klassengrenzen der linken Spur (Tabelle 5.2) zunächst auf den zugehörigen Datensatz (13. Mai 2001) angewandt. Zum Vergleich wurde der Datensatz der linken Fahrspur des 26. April 2000 (ein staufreier Werktag) aufgrund der für den 13. Mai 2001 optimalen Klassengrenzen eingeteilt. Deutlich erkennbar ist dabei die geringere Anzahl von Datenpunkten der mittleren Klassen, welche durch die unterschiedlichen Verkehrseigenschaften der beiden betrachteten Tage zustande kommen. Angegeben sind die prozentualen Klassenmächtigkeiten sowie die sich jeweils ergebenden klassenspezifischen Mittelwerte der Einzelgeschwindigkeiten aller einer Klasse zugeordneten Fahrzeuge.

	Datenbasis 13. Mai 2001		Datenbasis 26. April 2000	
	Klassengröße	Mittelwert	Klassengröße	Mittelwert
1. Klasse	12,5%	$57,236 \frac{km}{h}$	21,68%	$71,524 \frac{km}{h}$
2. Klasse	12,5%	$93,884 \frac{km}{h}$	7,592%	$106,24 \frac{km}{h}$
3. Klasse	12,5%	$116,00 \frac{km}{h}$	5,189%	$117,65 \frac{km}{h}$
4. Klasse	12,5%	$127,53 \frac{km}{h}$	5,464%	$123,09 \frac{km}{h}$
5. Klasse	12,5%	$134,19 \frac{km}{h}$	6,803%	$127,12 \frac{km}{h}$
6. Klasse	12,5%	$138,09 \frac{km}{h}$	9,237%	$132,09 \frac{km}{h}$
7. Klasse	12,5%	$143,69 \frac{km}{h}$	15,08%	$136,38 \frac{km}{h}$
8. Klasse	12,5%	$151,73 \frac{km}{h}$	28,95%	$146,69 \frac{km}{h}$

Tabelle 5.3: Abhängigkeit der Klassenmächtigkeit von der Wahl der Klassengrenzen. Letztere wurden aufgrund des Datensatzes des 13. Mai 2001 ermittelt.

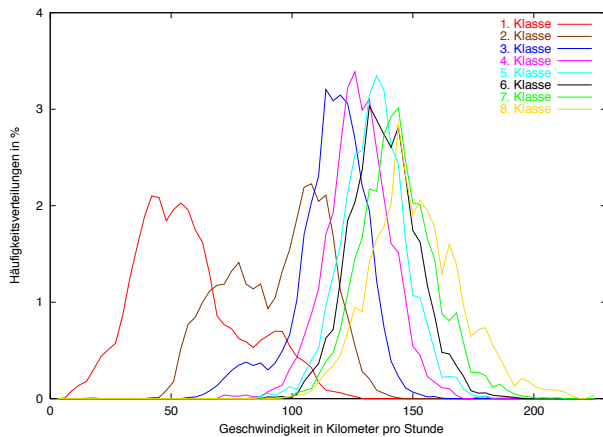


Abbildung 5.46: Verteilungsdichten gleich mächtiger Klassen der linken Fahrspur (13.5.2001).

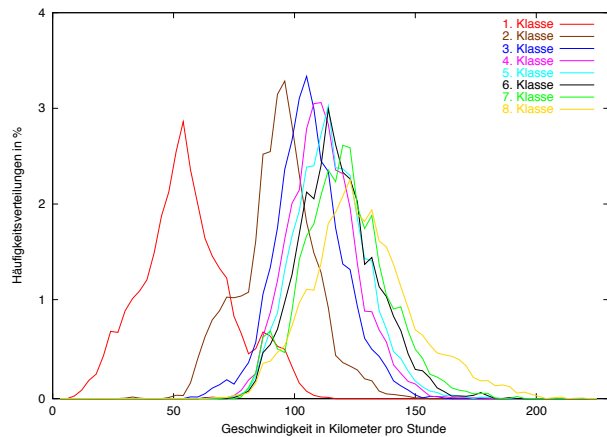


Abbildung 5.47: Verteilungsdichten gleich mächtiger Klassen der rechten Fahrspur (13.5.2001)

Mittels dieser Klassengrenzen lassen sich Häufigkeitsverteilungsgraphen erstellen. Beim Häufigkeitsverteilungsgraphen wird dargestellt, wie häufig der jeweilige Abszissenwert innerhalb eines Datensatzes aufgetreten ist. Jede der acht Klassen stellt dabei einen eigenen Datensatz dar. Die Auftragung erfolgt normalerweise in Prozent der Gesamtzahl aller Daten eines Datensatzes. Als Abszissenvariable wurde die Einzelgeschwindigkeit gewählt. Die Abbildungen 5.46 bis 5.48 zeigen die so entstandenen Häufigkeits- (oftmals auch als Dichte-) Verteilungen des Datensatzes vom 13. Mai 2001. Während sich die Klassen-Graphen der Einzelfahrspuren deutlich von einander abgrenzen lassen, sind die Unterschiede der oberen fünf Klassen-Graphen der Gesamtfahrbahn ziemlich gering.

	linke Fahrspur		rechte Fahrspur		Beide Fahrspuren	
	Mittelwert	Streuung	Mittelwert	Streuung	Mittelwert	Streuung
1. Klasse	57,24 $\frac{km}{h}$	22,3 $\frac{km}{h}$	55,86 $\frac{km}{h}$	18,8 $\frac{km}{h}$	55,36 $\frac{km}{h}$	19,3 $\frac{km}{h}$
2. Klasse	93,88 $\frac{km}{h}$	20,5 $\frac{km}{h}$	93,22 $\frac{km}{h}$	15,5 $\frac{km}{h}$	95,21 $\frac{km}{h}$	18,0 $\frac{km}{h}$
3. Klasse	116,0 $\frac{km}{h}$	15,0 $\frac{km}{h}$	106,3 $\frac{km}{h}$	14,1 $\frac{km}{h}$	113,2 $\frac{km}{h}$	15,9 $\frac{km}{h}$
4. Klasse	127,5 $\frac{km}{h}$	13,3 $\frac{km}{h}$	111,9 $\frac{km}{h}$	14,1 $\frac{km}{h}$	121,4 $\frac{km}{h}$	17,2 $\frac{km}{h}$
5. Klasse	134,2 $\frac{km}{h}$	13,4 $\frac{km}{h}$	114,9 $\frac{km}{h}$	14,8 $\frac{km}{h}$	126,1 $\frac{km}{h}$	17,9 $\frac{km}{h}$
6. Klasse	138,1 $\frac{km}{h}$	13,8 $\frac{km}{h}$	117,8 $\frac{km}{h}$	16,0 $\frac{km}{h}$	129,1 $\frac{km}{h}$	19,6 $\frac{km}{h}$
7. Klasse	143,7 $\frac{km}{h}$	15,4 $\frac{km}{h}$	120,7 $\frac{km}{h}$	17,4 $\frac{km}{h}$	131,7 $\frac{km}{h}$	21,2 $\frac{km}{h}$
8. Klasse	151,7 $\frac{km}{h}$	19,6 $\frac{km}{h}$	128,2 $\frac{km}{h}$	21,7 $\frac{km}{h}$	134,4 $\frac{km}{h}$	24,6 $\frac{km}{h}$

Tabelle 5.4: Mittelwerte und Streuungen verschiedener Dichteklassen (13.5.2001)

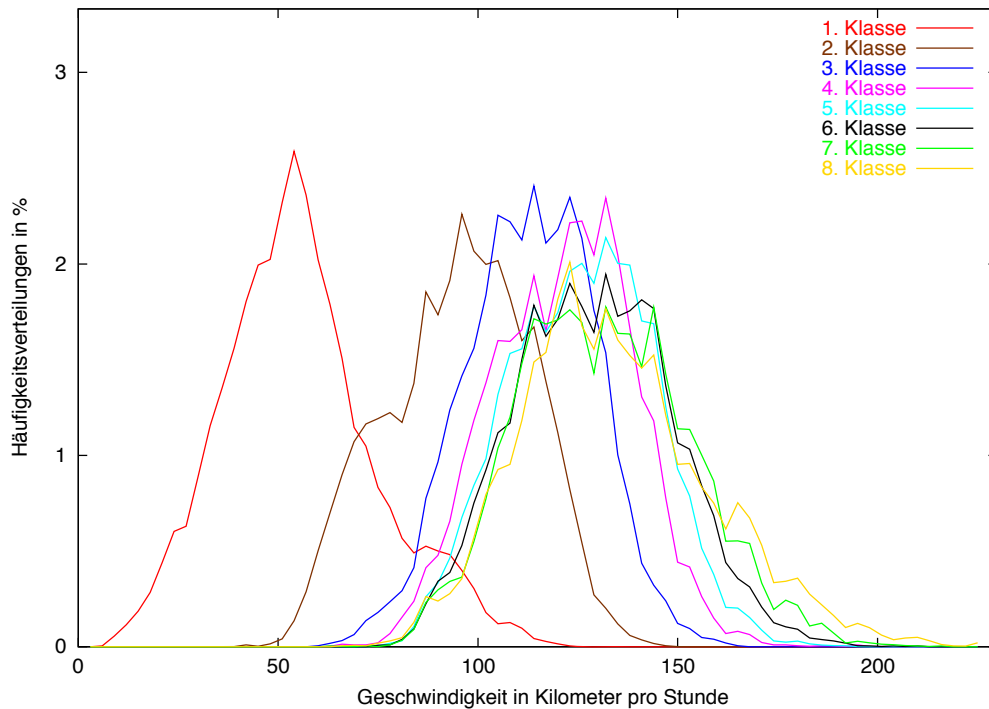


Abbildung 5.48: Verteilungsdichten gleich mächtiger Dichteklassen der Gesamtspur (13.5.2001).

### Merkmalsorientierte Klassenbildung

Die notwendigen Grenzen wurden aufgrund von Datenanalysen einerseits und heuristischen Überlegungen andererseits gezogen. Dabei wurden die Ergebnisse der vorherigen Kapitel insofern verwendet, als daß Klassengrenzen dort gezogen wurden, wo Klärungsbedarf aufgetreten war oder interessante Punkte zu vermuten sind. Dies waren i.d.R. Grenz- und Übergangsbereiche, welche sich aus den Diagrammen der vorherigen Kapitel haben ablesen lassen. Dabei sei daran erinnert, daß die Dichteangaben pro Fahrspur zu verstehen sind.

- $\rho < 1 \frac{FZ}{km}$   
Diese Klasse wurde gewählt, um das Verhalten des freien Verkehrs untersuchen zu können.
- $1 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 18 \frac{FZ}{km}$   
Dies ist der Bereich in dem der Verkehr als ungebunden gelten darf. Die über der Dichte aufgetragene mittlere Einzelgeschwindigkeit liegt über der mittleren Segmentgeschwindigkeit (Abbildung 5.42), was bedeutet, daß sich die Geschwindigkeit der PKW deutlich von der der restlichen Fahrzeuge (welche bei der Bestimmung der mittleren Einzelgeschwindigkeit nicht berücksichtigt wurden) unterscheidet.

Diese Klasse wurde in drei Unterklassen unterteilt, um zwei weitere Phänomene abgrenzen zu können und den Übergang von der Klasse des freien Verkehrs ( $\rho < 1 \frac{FZ}{km}$ ) zu den Klassen mit  $\rho > 18 \frac{FZ}{km}$  darstellen zu können.

–  $1 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 8 \frac{FZ}{km}$

In diesem Bereich verhältnismäßig geringer Verkehrsstärken erreicht die Umkehrfunktion der über der Geschwindigkeitsachse gemittelten Dichtewerte deutlich größere Werte, als die über der Dichteachse gemittelten Geschwindigkeitswerte (Vergleich der Abbildungen 5.41 und 5.42). Geschwindigkeiten von über  $150 \frac{km}{h}$  sind in diesem Bereich daher keine Seltenheit (Abbildung 5.39 und 5.40).

–  $8 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 13 \frac{FZ}{km}$  und  $13 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 18 \frac{FZ}{km}$

Im Gegensatz zu obiger Klasse, liefern die beiden der Abbildung 5.43 zugrundeliegenden Berechnungsvorschriften quasi identische Ergebnisse. Um jedoch der Tatsache Rechnung zu tragen, daß die Verwendung der mittleren Segmentgeschwindigkeit zu geringfügig anderen Ergebnissen führt, als die Verwendung der Einzelgeschwindigkeit, wurde diese Klasse an dem Punkt ( $\rho \approx 13 \frac{FZ}{km}$ ) unterteilt, an dem sich die Graphen der Abbildung 5.41 schneiden.

•  $18 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 30 \frac{FZ}{km}$

Dies ist der den kritischen Punkt einschließende Bereich. Hier ändert sich die Verkehrscharakteristik grundlegend. Auch diese Oberklasse sei in drei Bereiche gegliedert.

–  $18 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 23 \frac{FZ}{km}$

Diese Unterklasse beschreibt den Bereich knapp unterhalb des kritischen Punkts. Die obere Begrenzung stellt den zum bereits diskutierten Wendepunkt der Abbildung 5.38 gehörenden mittleren Dichtewert dar.

–  $23 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 27 \frac{FZ}{km}$

Der kritische Punkt befindet sich laut Cremer bei ca.  $.25 \frac{FZ}{km}$ . Der kritische Punkt machte sich bereits in den Abbildungen 5.41 (Schnittpunkt), 5.37 (lokales Minimum des Streuungsgraphen) sowie 5.42 (das gemessene Geschwindigkeitsmittel liegt ab hier deutlich unter der durch  $\mathcal{V}(\rho)$  beschriebenen Ideallinie) bemerkbar.

–  $27 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 30 \frac{FZ}{km}$

Diese Unterklasse beschreibt den Bereich knapp oberhalb des kritischen Punktes und wird durch den Abszissenwert des lokalen Minimums aus Abbildung 5.44 nach oben hin begrenzt.

•  $30 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 50 \frac{FZ}{km}$

Dies ist der Bereich, in dem der Verkehr zunächst instabil wird und später ganz ins Stocken gerät. Die Fortbewegung der Einzelfahrzeuge ist dem Kollektiv unterworfen (gebundener Verkehrsfluß). Die Klasse stellt den Übergangsbereich zum Stau dar.

Die drei Unterbereiche wurden wie folgt eingeteilt:

- $30 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 34 \frac{FZ}{km}$   
In diesem Bereich bricht die vertikale Ausdehnung der Punktwolken aus Abbildung 5.39 und 5.40 im oberen Bereich völlig ein. Der Übergang zum Kolonnenverkehr ist erkennbar. Die mittlere Streuung (Abbildung 5.44) fällt (bzw. steigt) deutlich ab (bzw. an).
- $34 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 39 \frac{FZ}{km}$   
Kolonnenverkehr. Dichte und Segmentsgeschwindigkeit sind korreliert (Abbildung 5.43).
- $39 \frac{FZ}{km} \leq \rho < 50 \frac{FZ}{km}$   
Stop-and-Go-Verkehr. Die mittlere Segmentsgeschwindigkeit sinkt von 40 auf  $20 \frac{km}{h}$  ab (Abbildung 5.42).
- $\rho > 50 \frac{FZ}{km}$  Stau.  
Ein Fahren findet kaum noch statt. Über der Einzelgeschwindigkeit aufgetragen, plattet die Funktion der mittleren Dichte an dieser Marke ab (z.B. Abbildung 5.35). Dies ist jedoch in erster Linie durch die Methode der Meßwertfassung (Induktionsschleife) bedingt.

Die so definierte Klasseneinteilung führt erwartungsgemäß zu unterschiedlich großen Klassmächtigkeiten (Tabelle 5.5) und soll nun auf den Datensatz der Woche vom 13. bis 19. Mai 2001 angewandt werden.

$\rho$	26. April 2000			13. Mai 2001		
	Klassengröße	Mittelwert	Streuung	Klassengröße	Mittelwert	Streuung
> 50	-	-	-	0,6%	$22,3 \frac{km}{h}$	$6,3 \frac{km}{h}$
> 39	-	-	-	1,98%	$36,9 \frac{km}{h}$	$8,28 \frac{km}{h}$
> 34	0,002%	$82,0 \frac{km}{h}$	$0,00 \frac{km}{h}$	2,12%	$45,1 \frac{km}{h}$	$8,82 \frac{km}{h}$
> 30	0,09%	$84,0 \frac{km}{h}$	$9,64 \frac{km}{h}$	1,93%	$53,0 \frac{km}{h}$	$9,69 \frac{km}{h}$
> 27	0,36%	$87,8 \frac{km}{h}$	$8,26 \frac{km}{h}$	1,92%	$60,7 \frac{km}{h}$	$11,4 \frac{km}{h}$
> 23	1,64%	$92,3 \frac{km}{h}$	$9,34 \frac{km}{h}$	4,2%	$74,2 \frac{km}{h}$	$15,8 \frac{km}{h}$
> 18	8,49%	$99,8 \frac{km}{h}$	$11,16 \frac{km}{h}$	8,53%	$92,2 \frac{km}{h}$	$17,6 \frac{km}{h}$
> 13	22,1%	$108,3 \frac{km}{h}$	$15,2 \frac{km}{h}$	13,2%	$109,2 \frac{km}{h}$	$16,3 \frac{km}{h}$
> 8	36,9%	$119,4 \frac{km}{h}$	$18,56 \frac{km}{h}$	28,9%	$123,3 \frac{km}{h}$	$17,3 \frac{km}{h}$
> 1	29,3%	$127,7 \frac{km}{h}$	$23,0 \frac{km}{h}$	34,7%	$131,6 \frac{km}{h}$	$21,7 \frac{km}{h}$
< 1	1,14%	$116,6 \frac{km}{h}$	$28,3 \frac{km}{h}$	1,90%	$136,2 \frac{km}{h}$	$26,0 \frac{km}{h}$

Tabelle 5.5: Unterschiede in der Mächtigkeit der Dichteklassen verschiedener Tage

Abbildung 5.49 zeigt die resultierende Häufigkeitsverteilung der Geschwindigkeiten der Gesamtfahrspur. Deutlich zu sehen ist, daß (von großen Werten her kommend) bis zu einer Dichte von  $27 \frac{FZ}{km}$  der von Pampel festgestellte umgekehrt proportionale Zusammenhang zwischen Streuung und Dichte zu existieren scheint. Die These des gebundenen Verkehrsflusses ist zutreffend.

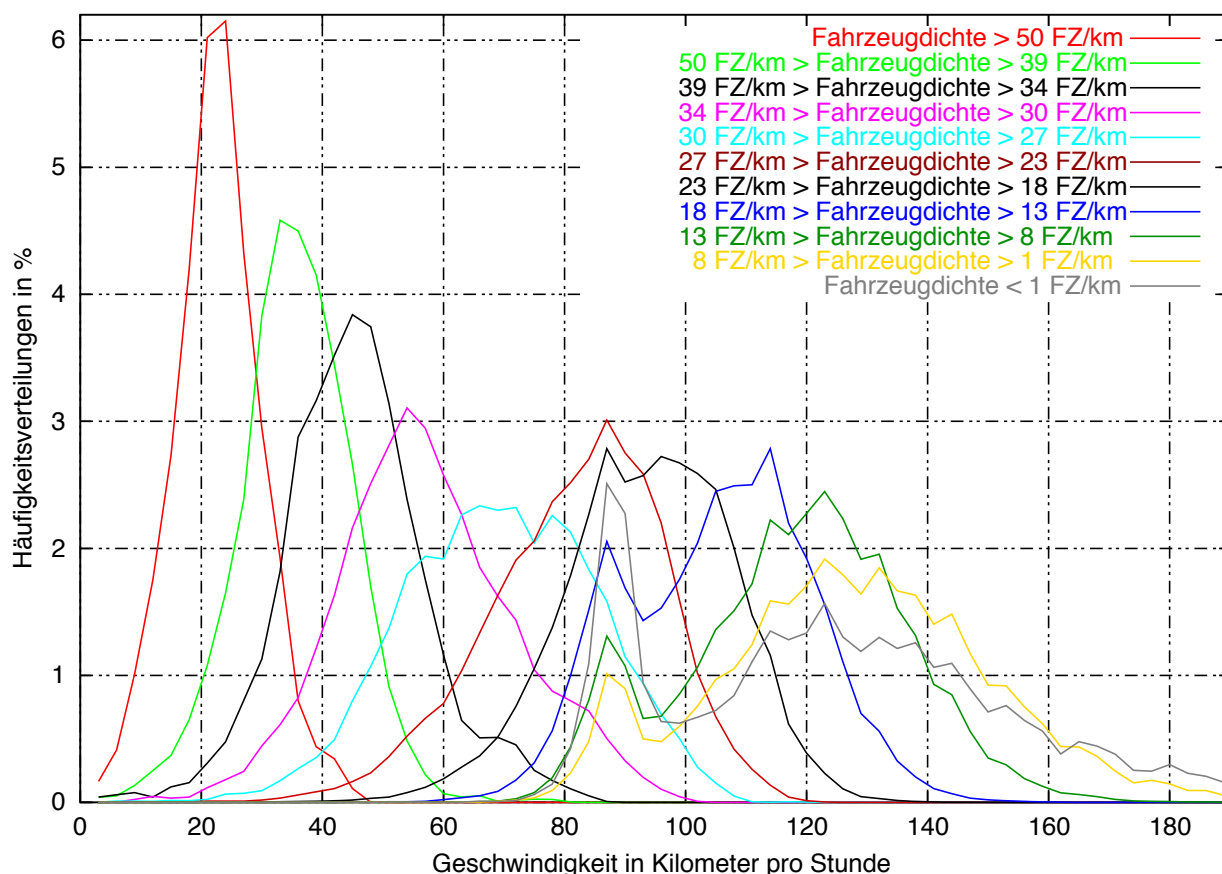


Abbildung 5.49: Verteilungsdichten verschiedener Dichteklassen in Abhängigkeit der Einzelgeschwindigkeit (13. - 19.5.2001; Beide Fahrsuren)

Unerwartet zeigt sich für den Bereich zwischen 23 und  $27 \frac{FZ}{km}$  eine Abnahme der Streuung, verbunden mit der Ausbildung einer Spitze bei ca.  $86,8 \frac{km}{h}$ . Denkt man sich diese Spitze aus dem Verlauf der weiteren Häufigkeitsgraphen heraus, so findet man, daß diese sich aus zwei Teilen zusammensetzen: Einmal die deutlich sichtbare Spitze und zum anderen ein sich erwartungsgemäß verbreitern- und abflachendes Gebilde, welches dabei kontinuierlich nach rechts wandert.

Die Spitze wird mit abnehmenden Dichtewerten zwar kleiner, bleibt aber ungerührt aller Vorkommnisse auf ihrem Platz. Für den völlig freien Verkehr  $\rho < 1 \frac{FZ}{km}$  zeigt sich ein erneutes Ansteigen der Spitzenhöhe, was jedoch auf die relativ geringe Mächtigkeit dieser

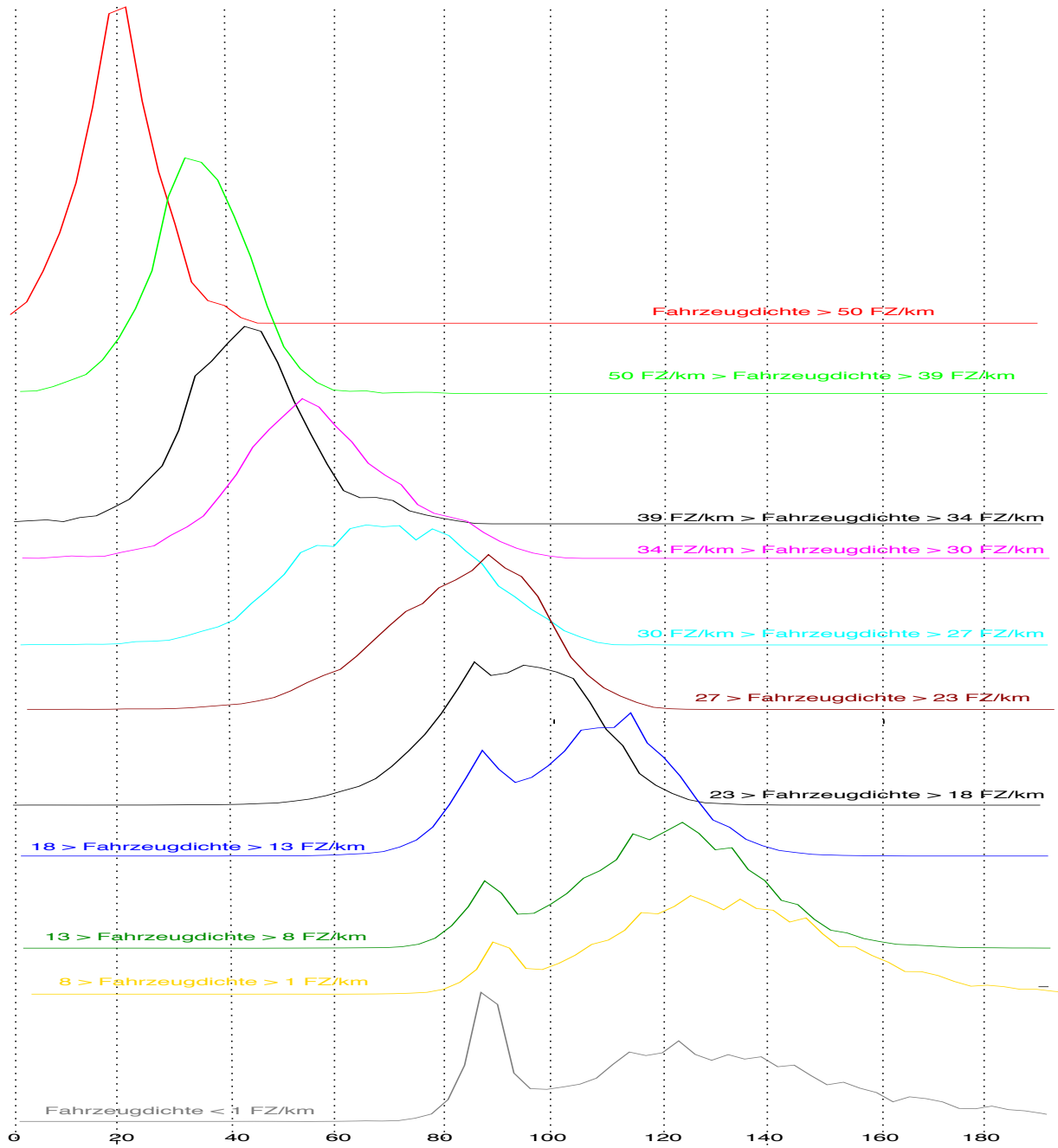


Abbildung 5.50: Abbildung 5.49 in übersichtlicher Darstellung.

Klasse zurückzuführen ist (Tabelle 5.6). Die Häufigkeitsverteilungen aus Abbildung 5.49 wurden zur besseren Verständlichkeit in Abbildung 5.50 untereinander dargestellt. Besonders deutlich ist dabei auch die Wanderung und gleichzeitige Veränderung der Verteilungen zu sehen.

Die Analyse der beiden Einzelspuren (Abbildungen 5.51 und 5.52) gibt einen deutlichen Hinweis auf die Ursache dieser Beobachtungen. Obwohl die Spitze in den Häufigkeitsverteilungen der linken Spur nicht auftritt, finden sich auch hier zwei sich überlagernde und gegeneinander versetzte Verteilungen. Während der Einfluß der ersten dieser beiden Verteilungen mit sinkender Dichte deutlich abnimmt, durchläuft die zweite die Form einer Gauß'schen Glockenkurve.

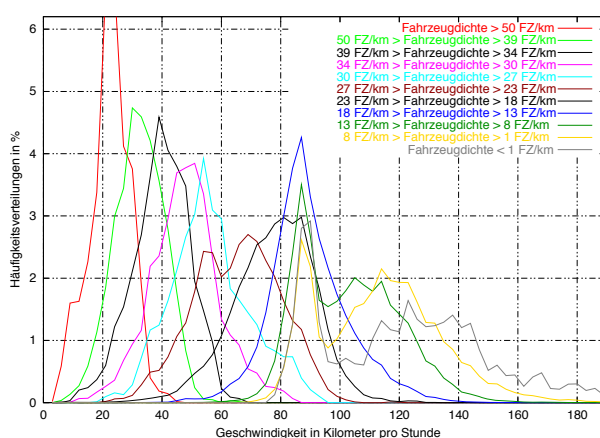
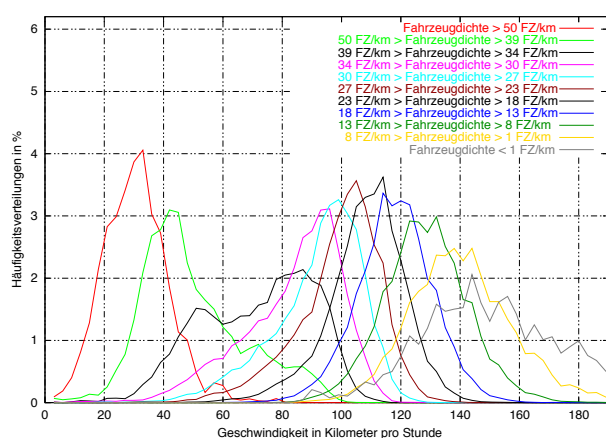


Abbildung 5.51: Verteilungsdichten in Abhängigkeit von Dichteklasse und Einzelgeschwindigkeit (13. - 19.5.2001; linke Fahrspur)

Abbildung 5.52: Verteilungsdichten in Abhängigkeit von Dichteklasse und Einzelgeschwindigkeit (13. - 19.5.2001; rechte Fahrspur)

Anders die rechte Fahrspur. Die Breite der hohen Fahrzeugdichteklassen läßt zunächst nur geringfügig nach, bis sich im Bereich von 27 bis 23  $\frac{FZ}{km}$  eine Doppelspitze ausbildet, welche sich schließlich zu einer gewaltigen, homogenen Spitze bei ca.  $86,9 \frac{km}{h}$  ausbildet. Diese Erscheinung, hat ihre Ursache in der Inhomogenität des Verkehrs der rechten Fahrspur. Während oberhalb von  $18 \frac{FZ}{km}$  der Verkehr so dicht wird, daß sich die schnelleren Fahrzeuge an den langsameren LKW orientieren müssen, findet unterhalb von  $13 \frac{FZ}{km}$  eine Koexistenz der beiden Fahrzeugklassen statt. Die Doppelspitze markiert jenen Bereich, ab dem auch der Lastverkehr seine Geschwindigkeit nicht mehr halten kann. Abbrems- und Beschleunigungsvorgänge bestimmen nun das Verkehrsgeschehen. Damit läßt sich – auf Basis von Abbildung 5.49 – auch festhalten, daß die negative, durch den Lastverkehr hervorgerufene Verkehrsbeeinflussung (unter Voraussetzung des auf der A92 vorhandenen LKW-Anteils) erst ab einer Verkehrsdichte von ungefähr  $15 \frac{FZ}{km}$  zum Tragen kommt.

$\rho$ in $\frac{FZ}{km}$	Klassengrößen		
	linke Fahrspur	rechte Fahrspur	Beide Fahrspuren
> 50	0,61%	0,20%	0,22%
39 bis 50	1,57%	0,52%	0,74%
34 bis 39	2,18%	0,46%	0,79%
30 bis 34	4,12%	0,66%	1,12%
27 bis 30	4,77%	0,70%	1,55%
23 bis 27	8,65%	1,65%	4,54%
18 bis 23	14,7%	4,8%	11,6%
13 bis 18	19,3%	14,0%	20,6%
8 bis 13	22,2%	38,7%	31,0%
1 bis 8	20,9%	37,6%	26,7%
< 1	1,03%	0,66%	1,1%

Tabelle 5.6: Klassengrößen verschiedener Dichteklassen (13.-19.5.2002)

$\rho$ in $\frac{FZ}{km}$	linke Fahrspur		rechte Fahrspur		Beide Fahrspuren	
	Mittelwert	Streuung	Mittelwert	Streuung	Mittelwert	Streuung
> 50	$30,76 \frac{km}{h}$	10,93	$22,427 \frac{km}{h}$	$6,657 \frac{km}{h}$	$22,7 \frac{km}{h}$	$7,1 \frac{km}{h}$
39 bis 50	$49,99 \frac{km}{h}$	$17,5 \frac{km}{h}$	$32,39 \frac{km}{h}$	$8,24 \frac{km}{h}$	$35,55 \frac{km}{h}$	$9,19 \frac{km}{h}$
34 bis 39	$71,64 \frac{km}{h}$	$18,8 \frac{km}{h}$	$39,74 \frac{km}{h}$	$9,43 \frac{km}{h}$	$45,39 \frac{km}{h}$	$11,74 \frac{km}{h}$
30 bis 34	$83,67 \frac{km}{h}$	$16,71 \frac{km}{h}$	$47,9 \frac{km}{h}$	$11,55 \frac{km}{h}$	$57,14 \frac{km}{h}$	$14,57 \frac{km}{h}$
27 bis 30	$92,11 \frac{km}{h}$	$15,1 \frac{km}{h}$	$56,3 \frac{km}{h}$	$13,39 \frac{km}{h}$	$69,34 \frac{km}{h}$	$15,67 \frac{km}{h}$
23 bis 27	$99,19 \frac{km}{h}$	$14,27 \frac{km}{h}$	$65,3 \frac{km}{h}$	$14,39 \frac{km}{h}$	$81,76 \frac{km}{h}$	$14,5 \frac{km}{h}$
18 bis 23	$108,35 \frac{km}{h}$	$13,12 \frac{km}{h}$	$77,74 \frac{km}{h}$	$13,74 \frac{km}{h}$	$93,75 \frac{km}{h}$	$13,81 \frac{km}{h}$
13 bis 18	$118,01 \frac{km}{h}$	$12,76 \frac{km}{h}$	$89,77 \frac{km}{h}$	$13,40 \frac{km}{h}$	$105,1 \frac{km}{h}$	$15,20 \frac{km}{h}$
8 bis 13	$128,37 \frac{km}{h}$	$14,1 \frac{km}{h}$	$102,6 \frac{km}{h}$	$16,64 \frac{km}{h}$	$117,8 \frac{km}{h}$	$18,26 \frac{km}{h}$
1 bis 8	$140,58 \frac{km}{h}$	$17,57 \frac{km}{h}$	$113,1 \frac{km}{h}$	$20,42 \frac{km}{h}$	$127,2 \frac{km}{h}$	$22,75 \frac{km}{h}$
< 1	$151,70 \frac{km}{h}$	$25,2 \frac{km}{h}$	$121,0 \frac{km}{h}$	$27,78 \frac{km}{h}$	$124,2 \frac{km}{h}$	$29,23 \frac{km}{h}$

Tabelle 5.7: Mittelwerte und Streuungen der definierten Dichteklassen (13.-19.5.2001)

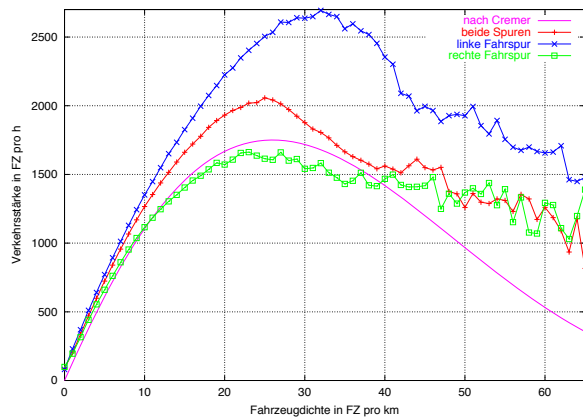


Abbildung 5.53: Verkehrsstärke als Funktion der Verkehrsdichte (13. - 19.5.2001)

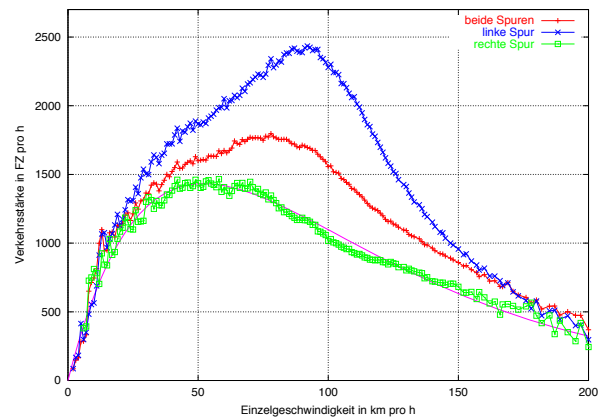


Abbildung 5.54: Verkehrsstärke als Funktion der Einzelgeschwindigkeit (13. - 19.5.2001)

Trägt man die mittlere Verkehrsstärke als Funktion der Einzelgeschwindigkeit auf (Abbildung 5.54), so wird deutlich, daß der Maximalwert in der Tat spurabhängig ist. Für die linke Fahrspur findet sich ein Maximum bei einer Einzelgeschwindigkeit von ungefähr  $92 \frac{km}{h}$ . Für die rechte Fahrspur findet es sich hingegen bei einer Einzelgeschwindigkeit von ungefähr  $55 \frac{km}{h}$ . Der Maximalpunkt der Gesamtrichtung liegt bei  $\approx 78 \frac{km}{h}$ . Bildet man die so gefunden Geschwindigkeiten unter Verwendung des Graphen aus Abbildung 5.35 auf die Dichteachse ab, so findet sich, daß es sich bei den zugehörigen Gesamtrichtungsdichten um Werte von ungefähr 18, 25 und  $29 \frac{FZ}{km}$  handelt. Vergleicht man dies mit dem auf die gemittelte Segmentgeschwindigkeit bezogenen Streuungsgraphen aus Abbildung 5.44, so zeigt sich, daß es sich bei obigen Dichtewerten – wie aufgrund systemwissenschaftlicher Überlegungen erwartbar – um einen Minimal- ( $18 \frac{FZ}{km}$ ), und einen Maximal- ( $29 \frac{FZ}{km}$ ) sowie den die beiden Extrema trennenden Wendepunkt ( $25 \frac{FZ}{km}$ ) handelt. Vor und hinter diesen beiden Extremwerten besitzt die Funktion den erwarteten Verlauf. Der Einfluß des Lastverkehrs auf den Verlauf und auf die Extrempunkte konnte noch nicht abschließend geklärt werden.

Die gefundenen Werte sind aufgrund der Häufigkeitsverteilung der Gesamtspur (Abbildung 5.49) sofort bestätigbar und wurden bereits diskutiert. Auch in der zugehörigen Tabelle 5.7 lassen sich beide Extrempunkte nachweisen: Sowohl die beiden Einzelfahrspuren, als auch die Gesamtrichtung weisen in der Umgebung des unteren Wertes ( $\approx 18 \frac{FZ}{km}$ ) ein lokales Minimum ihrer Streuungen auf. Für die Umgebung des oberen Wertes ( $30 \frac{FZ}{km}$ ), spiegelt sich für die Gesamtrichtung ein lokales Maximum der Streuungswerte wider.

Leider war die für diese Arbeit zur Verfügung stehende Zeit nicht ausreichend, um die in den Kapiteln 5.3 und 5.4 erhaltenen Ergebnisse zu erproben.

# Kapitel 6

## Erprobung

Die in Kapitel 3.2.4 diskutierten Modellerweiterungen wurden implementiert und anhand verschiedener simulierter Szenarien erprobt. Zur Erzeugung der Simulationsdaten wurde ein mikroskopisches Modell verwendet. Dadurch war es möglich, die vom Kalman-Filter geschätzten Ergebnisse zu überprüfen und zu beurteilen. Darüberhinaus ermöglichte es dieses Vorgehen, die Anzahl der dem Beobachter zur Verfügung stehenden FCD-Fahrzeuge zu variieren, da die in der mikroskopischen Simulation erzeugten Einzelfahrzeugtrajektorien sich als FC-Datenquelle nutzen lassen.

Die Simulation erzeugt Datensätze, in denen für jedes Fahrzeug seine Position und seine aktuelle Geschwindigkeit im zwölf Sekundentakt abgelegt wird. Darüberhinaus werden auch die aggregierten Daten der mittleren Segmentgeschwindigkeit, der mittleren lokalen Geschwindigkeit (an den Querschnitten), der mittleren Segmentdichte und die Anzahlen zu und abfließender Fahrzeuge im zwölf Sekundentakt ausgegeben. Erweitert man diese Ausgabe um ein oder mehrere FCD-Kanäle, so kann auch die jeweilige mittlere Einzelgeschwindigkeit des FCD-Fahrzeuges sowie dessen Position (im gleichen Takt) ausgegeben und somit als Grundlage für eine Zustandsschätzung verwendet werden.

Die eingehenden FC-Daten wurden von der Meßdatenvorverarbeitung zunächst den einzelnen Segmenten zugeteilt (segmentsbasierter Ansatz). Die zugehörigen Einzelgeschwindigkeiten  $\nu_i$  wurden mittels der in Kapitel 5.2 vorgeschlagenen Korrekturfunktion (Gleichung 5.2.1) in Meßwerte  $\bar{\nu}_j^{FCD}$  bzw.  $\bar{\nu}_j$  für die Segmentgeschwindigkeiten gewandelt und im Falle mehrerer Meßwerte innerhalb eines Segmentes zu einem einzigen aggregiert.

Die Abhängigkeit der Segmentgeschwindigkeit und der Koeffizienten des Meßrauschens  $\check{R}_{jj}$  von der Dichte wurde nicht verwendet. Dies lag daran, daß die Dichte Teil des geschätzten Zustandsvektors ist. Dieser steht der Meßdatenvorverarbeitung, welche die mittleren FCD-Geschwindigkeiten und zugehörige Streuungen zu bestimmen hat, nicht zur Verfügung, da andernfalls eine Rückkopplung mit der Zustandsschätzung implementiert worden wäre (vgl. Seite 59).

Die für den Kalman-Filterentwurf notwendigen Streuungen wurden Abbildung 5.33 in linearisierter Form entnommen. Diese so gewonnenen Werte mußten jedoch nachträglich skaliert werden, da die anderen im Modell hinterlegten Rauschvariablen größere Werte aufwiesen. Dabei zeigte sich, daß es durchaus sinnvoll sein kann, die  $\check{R}_{jj}(k)$ , deren  $\mathbb{M} \neq \emptyset$  ist, nach unten zu begrenzen oder einen Offset zu addieren. Dadurch kann verhindert werden, daß die FCD-Messungen, so sie in einem Segment in großer Anzahl auftreten, übermäßigen Einfluß auf das Gesamtsystem erhalten können.

Desweiteren stellte sich heraus, daß die Relaxationszeit  $\tau$  vergrößert werden muß. Andernfalls nehmen Dichte und Segmentgeschwindigkeit der benachbarten Segmente relativ schnell inkonsistente Werte an, da die FCD-Korrektur lediglich auf die Geschwindigkeiten, nicht aber auf Dichten (direkt) einwirkt.

Eine weitere Verbesserung des Simulationsergebnisses könnte daher erreicht werden, indem Segmentgeschwindigkeit und Dichte als generierte Meßwerte zur Verfügung gestellt würden. Da das Cremer'sche Modell von einer direkten Kopplung dieser beiden Größen ausgeht (vgl. Geschwindigkeits-Dichte-Charakteristik in Kapitel 3.1.3.2) würde der einfachste Ansatz hierzu darin bestehen, diese zu verwenden. Um die damit einhergehenden Fehler jedoch nicht zu verstärken, wäre es indes sinnvoller, die Ergebnisse der Kapitel 5.3 und 5.4 zu berücksichtigen.

Eine einmal identifizierte Störung bleibt auch, nachdem das FCD-Fahrzeug das Segment verlassen hat, noch eine gewisse Zeit lang im geschätzten Zustand erhalten. Im Laufe der Zeit regeneriert sich die Lage jedoch zusehens. Dieser Prozeß weißt die gleiche Zeitkonstante wie die generelle Angleichung der Segmentgeschwindigkeiten auf und ist somit als korrekt zu betrachten. Dies ist insbesondere deshalb wichtig, als daß eine Reihe von Fehlmeldungen oder ein zeitlich sehr begrenzter Stau auch wieder aus dem System verschwinden.

Verfügt man über eine größere Menge an FCD-Fahrzeugen (etwa jedes 50. Fahrzeug), so kann der Verkehrszustand ziemlich exakt nachgebildet werden.

Beispielhaft sei im folgenden das Szenario einer Sperrung der rechten Fahrspur an Position  $\xi = 4,3 \text{ km}$  zum Zeitpunkt  $t = 90 \text{ s}$  vorgestellt. Zum Zeitpunkt  $t = 550 \text{ s}$  wird die Sperrung wieder aufgehoben. Die linke Fahrspur ist die gesamte Zeit über befahrbar. Die Strecke ist dabei in 21 gleich lange Segmente unterteilt (Tabelle 6.1). Die Sperrung der rechten Fahrbahn ereignet sich also am Anfang des 2-4ten Segments, wobei 2-4 für das vierte Segment im zweiten Abschnitt steht. Die simulierte Strecke ist in drei Abschnitte mit jeweils drei Kilometern Länge unterteilt. Jeder Abschnitt besitzt sieben Segmente. Die Meßquerschnitte befinden sich an den Übergängen von einem zum nächsten Abschnitt, also bei Kilometer null, drei, sechs und neun.

Segment	von km	bis km
1-7	2,57	3,00
2-1	3,00	3,43
2-2	3,43	3,86
2-3	3,86	4,29
2-4	4,29	4,71
2-5	4,71	5,14
2-6	5,14	5,57

Tabelle 6.1: Segmenteinteilung für die Simulation

Die Abbildungen 6.1 bis 6.6 zeigen die Verläufe der vom Kalman-Filter geschätzten Segmentgeschwindigkeiten. Dargestellt wurde der Verlauf der Zustandsschätzung für die beiden Fälle: Kein sowie genau ein FCD-Fahrzeug. Darüberhinaus wurden die FCD-Geschwindigkeitsmeßwerte  $v_i$  dargestellt. Die Zeitschrittweite der Datenreihen betrug 12 Sekunden, was zur Folge hatte, daß das FCD-Fahrzeug in den Segmenten 2-1, 2-5 und 2-6 genau einen Meßwert (Zeitpunkte in den anderen Segmenten mehrere Meßwerte zur Verfügung gestellt hat. In allen drei Fällen ist die kurzzeitige Reaktion des Kalman-Filters auf diesen Meßwert deutlich zu erkennen. Besonders deutlich wird das dynamische Verhalten des Kalman-Filters: Der Auslenkung in die eine Richtung folgt ein gegenläufiges Überschwingen. Aufgrund der drei Graphen läßt sich festhalten, daß der Einfluß des Modells noch sehr stark ist und sich die in dieser ersten einfachen Implementierung vernachlässigte Korrektur der Dichte deutlich auswirkt. Dies macht sich besonders im Segment 2-5 negativ bemerkbar, da in diesem – knapp 400 Meter nach der gestörten Stelle befindlichen – Segment ein sehr unterschiedlicher Verkehr vorliegt. Obwohl dieses Problem durch Veränderung der Modellparameter angegangen werden könnte, wäre ein solcher Ansatz wenig hilfreich, da das Problem nur verlagert, nicht aber zufriedenstellend gelöst würde. Liegt der Schwerpunkt der Betrachtungen auf der Störungserkennung und nicht auf einer möglichst guten Wiedergabe der realen Geschwindigkeiten, so leistet das implementierte Programm durchweg gute Dienste.

Zum Zeitpunkt  $t = 294s$  erreicht das FCD-Fahrzeug das Ende des Rückstaus. In Abbildung 6.2 ist dies am FCD-Meßwert  $t = 300s$  nachzuvollziehen. Der Zustandsschätzer reagiert umgehend und weißt eine deutlich herabgesetzte Segmentgeschwindigkeit aus. Der entsprechende Impuls wird umgehend an die flußabwärts gelegenen Segmente weitergegeben, wo er zu den Zeitpunkten  $t = 300s$ ,  $t = 312s$  und  $t = 324s$  eintrifft (Abbildungen 6.3 bis 6.5). Zum Zeitpunkt  $t = 328s$  überquert das FCD-Fahrzeug die Grenze zwischen 2-2tem und 2-3tem Segment. Umgehend reduziert sich der segmentsbezogene Teil des Zustandsschätzers wiederum auf seinen FCD-freien Kern, mit der Folge, daß die Konvektion die Segmentgeschwindigkeit des 2-2ten Segments stark ansteigen läßt. Durch die modellinherente Kopplung zwischen Segmentgeschwindigkeit und Dichte wirkt sich dies auf das

# Segmentgeschwindigkeiten

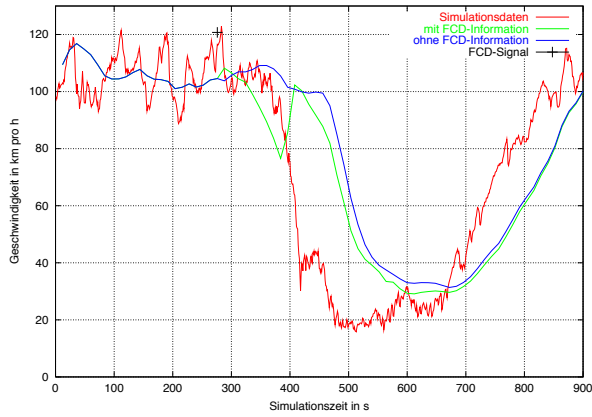


Abbildung 6.1: Segment 2-1

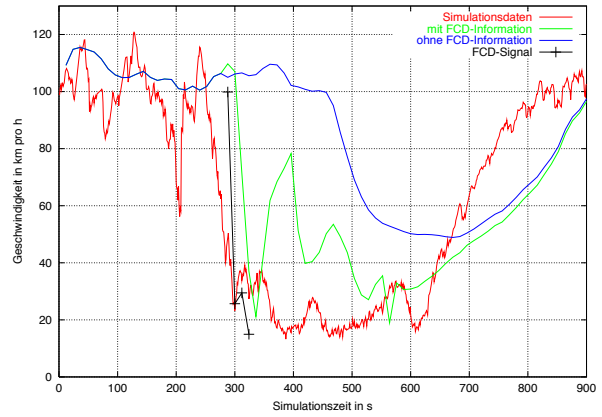


Abbildung 6.2: Segment 2-2

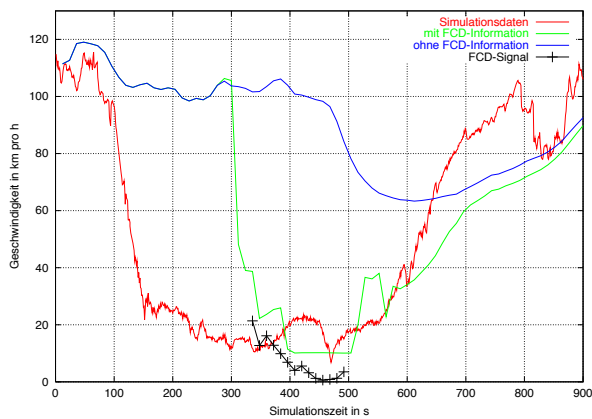


Abbildung 6.3: Segment 2-3

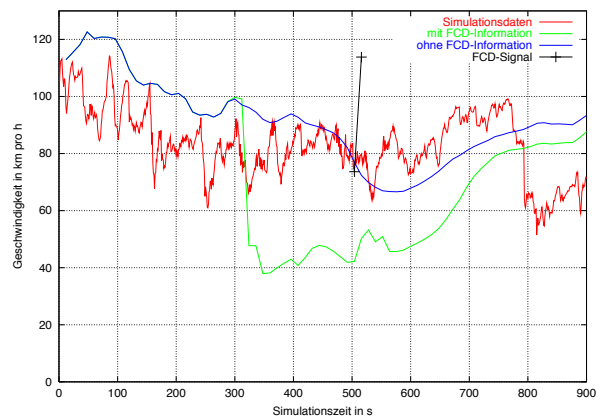


Abbildung 6.4: Segment 2-4

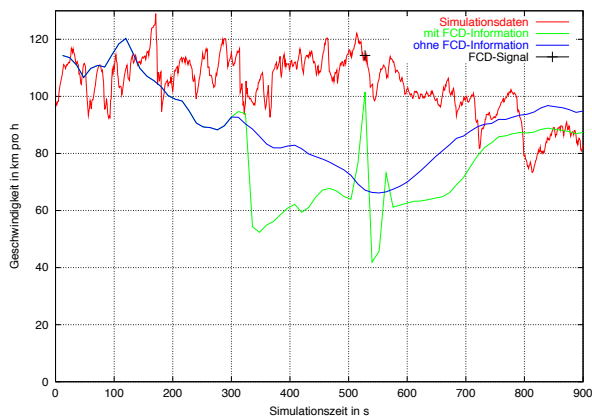


Abbildung 6.5: Segment 2-5

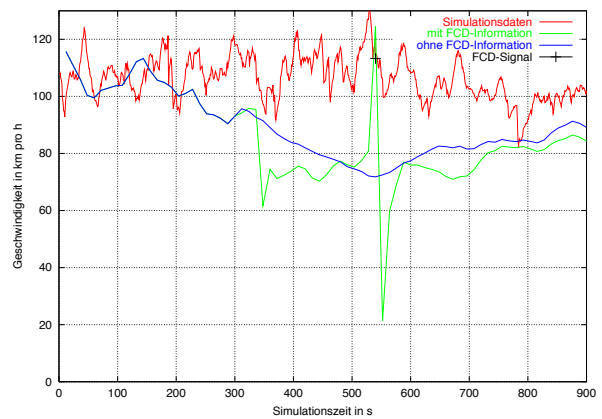


Abbildung 6.6: Segment 2-6

Segment 2-1 aus und bringt das System in Unruhe. Das Wegfallen der Störung zum Zeitpunkt  $t = 550s$  sorgt – leicht zeitverzögert – für ein langsames Ansteigen der 2-2ten Segmentgeschwindigkeit.

Die Zustandsschätzung des 2-3ten Segments profitiert zunächst von der durch die Konvektion weitergegebenen Welle. Ab dem Zeitpunkt  $t = 336s$  stehen dann FC-Daten für dieses Segment zur Verfügung. Der deutliche Anstieg bei  $t = 500s$  entspricht der Simulation, da zu diesem Zeitpunkt kurzzeitig relativ viele Fahrzeuge (das FCD-Fahrzeug inklusive) die Störungsstelle passieren konnten. Auch in diesem (sich direkt vor der Störung befindlichen) Segment ist das Wegfallen der Störung bei  $t = 550s$  am Geschwindigkeitsverlauf abzulesen, bevor sich auch hier die Stauung nach und nach auflöst.

Das die eigentliche Störung aufweisende Segment 2-4 profitiert von den FC-Daten in diesem Fall nur indirekt. Während sich der Verkehr vor der gestörten Stelle staut, fließt er dahinter dicht aber verhältnismäßig kontinuierlich ab. Der erste Meßwert des FCD-Fahrzeuges betrifft den ungefähren Zeitpunkt des Passierens der gestörten Stelle, der zweite den Verkehrszustand dahinter.

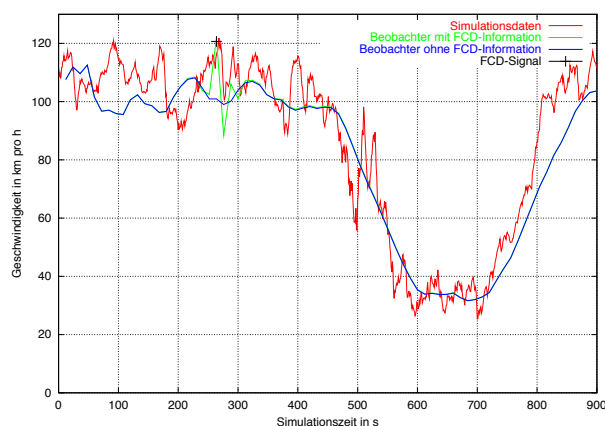


Abbildung 6.7: Segmentgeschwindigkeit vor Schleife (Segment 1-7)

Setzt man die Störungsmeldung auf  $\bar{v} = 60 \frac{km}{h}$ , so findet sich, daß ohne FC-Daten lediglich in den Segmenten 2-1 und 2-2, nicht aber im am stärksten betroffenen Segment 2-3 eine Störungsmeldung ausgelöst worden wäre. Besonders ärgerlich ist dies, da die Störungsmeldungen in diesen Segmenten erst auftreten würden, nachdem die Störung bereits wieder im Auflösen begriffen ist. Vergleicht man dies mit der Simulation, so findet sich, daß die Ergebnisse der beiden an der Abschnittsgrenze liegenden Segmente 1-7 und 2-1 korrekt sind. Im Segment 1-7 (Abbildung 6.7) verlangsamt der Verkehr sich kurz vor Ende der Störung drastisch und kommt in der Folge fast zum Erliegen. Bei der vom FCD-freien Zustandsschätzer erkannten Störung handelt es sich paradoxerweise also um eine Stauwelle in den Segmenten 1-7 und 2-1, die flußabwärts fortgesetzt wird. Die eigentliche sich im Segment 2-4 ereignete Störung wird jedoch ohne FCD-Werte nicht erkannt, da die Spursperrung im Zustandsschätzer nicht modelliert wurde.

Insgesamt gestaltet sich die Störungserkennung unter Verwendung von FC-Daten deutlich besser als ohne. Dies gilt insbesondere für die direkt betroffenen Segmente 2-2 bis 2-4, in denen sich das FCD-Fahrzeug von  $t \approx 280s$  bis  $t \approx 520s$  befindet. Dennoch bleibt ein nicht unwesentlicher Zeitversatz zwischen Störfall ( $t = 90s$ ) und Störungserkennung ( $t = 312s$ ) erhalten, der in erster Linie vom Zeitpunkt des Einfahrens des FCD-Fahrzeuges in den gestörten Bereich abhängig ist.

### Mehrere FCD-Fahrzeuge

Auf demselben Szenario beruhen die Graphen der Abbildungen 6.8 bis 6.13. Wie zuvor wurde die Geschwindigkeitsschätzung ohne FCD-Information dargestellt. Zusätzlich wurde der Verlauf für den Fall dokumentiert, daß 2% aller Fahrzeuge FCD-Informationen senden. Dies entsprach einer Anzahl von 20 Fahrzeugen im betrachteten Simulationszeitraum. Auf die Darstellung der FCD-Geschwindigkeitsmeßwerte  $\nu_i$  wurde aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

Deutlich zu erkennen ist die mit der Anzahl an FC-Daten sendenden Fahrzeugen einhergehende Verbesserung der Zustandsschätzung ebenso wie eine Zunahme der Unstetigkeiten und Sprünge. Als besonders vorteilhaft ist die frühe Detektion der Störung (innerhalb von 30 Sekunden) zu vermerken. Desweiteren läßt sich an den Graphen nachvollziehen, daß die Störung stromaufwärts wandert, der Einbruch am Abschnittsanfang also als eine Folge und nicht als Ursache der Störung erkannt wird. Die Aufhebung des Störfalles ist leicht auszumachen und die Auflösung der Stauungen läßt sich an den ansteigenden Segmentgeschwindigkeiten deutlich ablesen.

Die geschätzte Segmentgeschwindigkeit des 2-4ten Segments liegt zwar deutlich unter den Werten der Simulation, spiegelt aber die Tatsache daß sich der Stau erst im stromaufwärtigen Bereich des Segments auflöst recht gut wider. Weniger gut wiedergegeben wird das Verkehrsgeschehen des 2-5ten und 2-6ten Segmentes: Während die Konvektion die Geschwindigkeit herunterzieht, sorgen eintreffende FCD-Messungen für eine Erhöhung. Die Folge hiervon sind unschöne Schwingungen, da die Dichte für die Dauer der Störung modellbedingt unsinnige Werte für die Segmente 2-4 bis 2-6 aufweist (Abbildungen 6.17 bis 6.19). Diese Schwingungen lassen sich durch Anpassung der Parametereinstellung dämpfen, wie sich anhand des Parameters  $\tau$  zeigen ließ.

Für die vom Stau direkt betroffenen Segmente 2-1 bis 2-3 (Abbildungen 6.14 bis 6.16) sind die Ergebnisse der Dichteschätzung durchweg erfreulich.

## Segmentgeschwindigkeiten

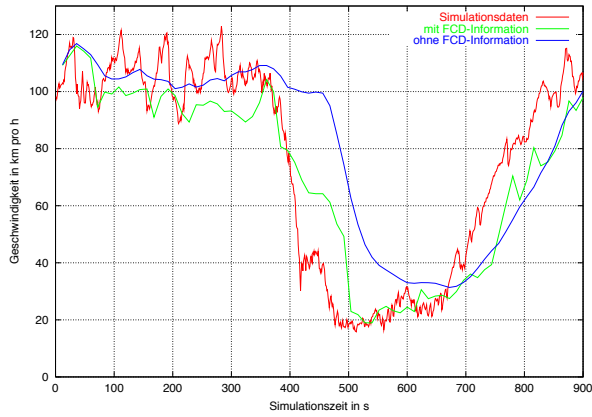


Abbildung 6.8: Segment 2-1

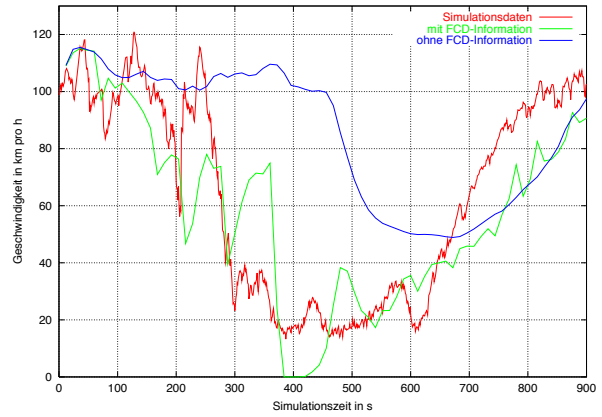


Abbildung 6.9: Segment 2-2

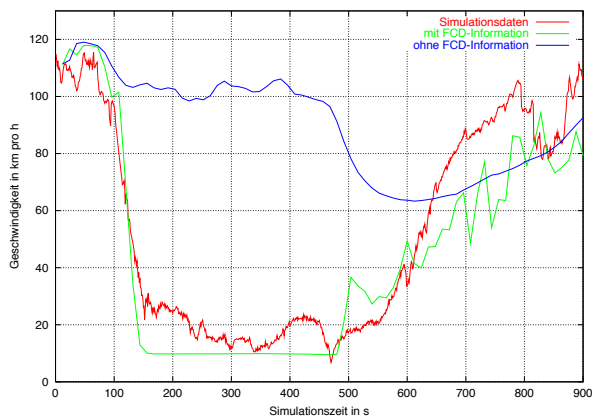


Abbildung 6.10: Segment 2-3

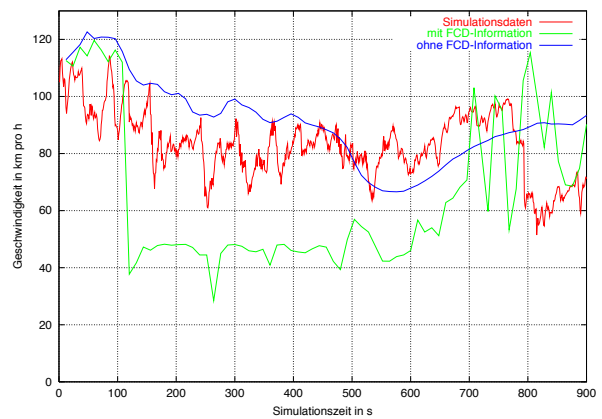


Abbildung 6.11: Segment 2-4

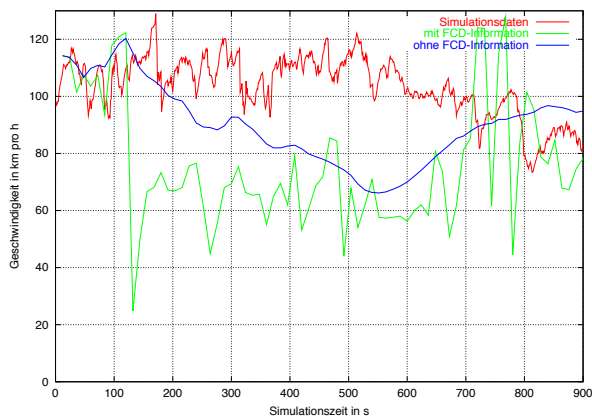


Abbildung 6.12: Segment 2-5

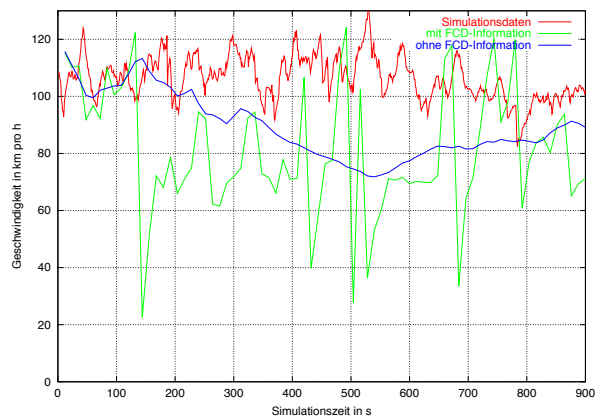


Abbildung 6.13: Segment 2-6

# Fahrzeugdichten

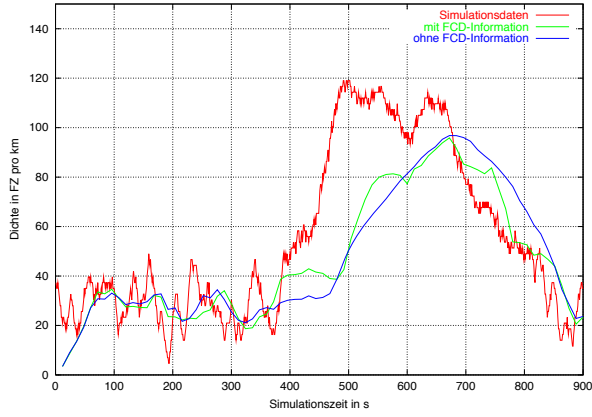


Abbildung 6.14: Segment 2-1

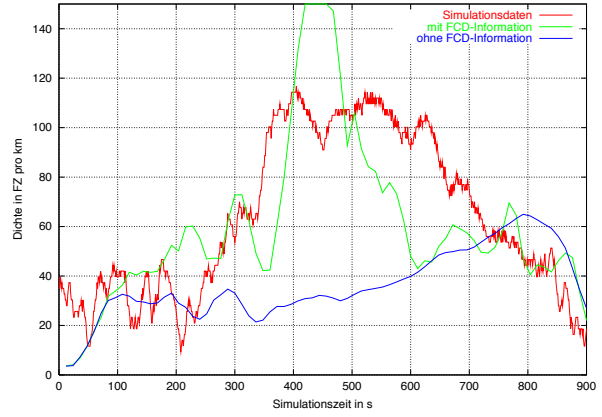


Abbildung 6.15: Segment 2-2

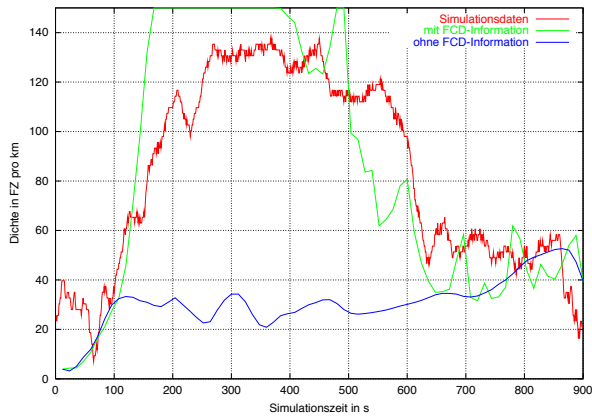


Abbildung 6.16: Segment 2-3

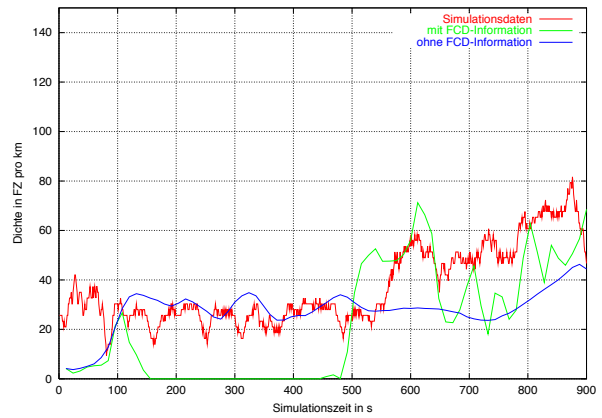


Abbildung 6.17: Segment 2-4

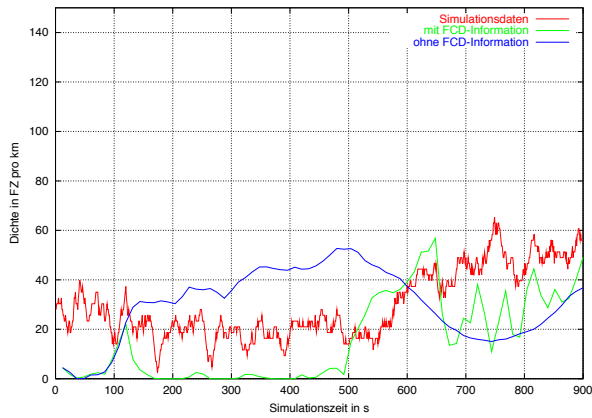


Abbildung 6.18: Segment 2-5

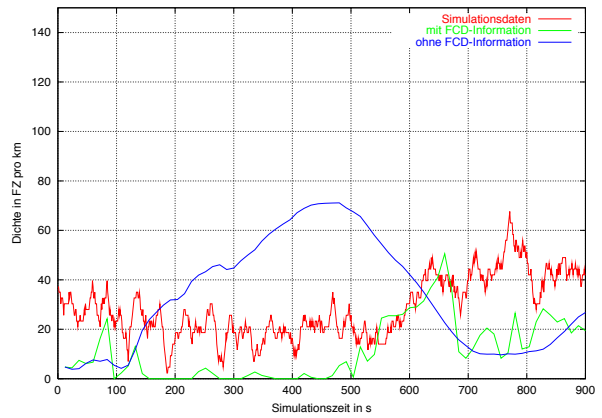


Abbildung 6.19: Segment 2-6

# Kapitel 7

## Zusammenfassung und Ausblick

Das in dieser Arbeit vorgestellte Verfahren der Verkehrszustandsschätzung auf Schnellstraßen basiert auf der Verwendung eines makroskopischen Verkehrsflußmodells und eines Erweiterten Kalman-Filters. Dabei wurden sowohl Meßdaten von Induktionsschleifen als auch die Informationen von Floating-Cars als Datenquellen vorgesehen. Durch diese Kombination ist es einerseits möglich, auch beim Ausbleiben von FC-Daten, vernünftige Schätzergebnisse zu erhalten. Andererseits konnte festgestellt werden, daß schon mit einer geringen Anzahl an vorhandenen FCD-Fahrzeugen eine deutliche Verbesserung der Zustandsschätzung ermöglicht wird. Mit dem hier vorgestellten Ansatz ist es möglich beliebig viele Floating Cars innerhalb eines Zeitschrittes zu verarbeiten, ohne daß dies zu einer Veränderung der Dimension des Meßvektors führen würde. Insgesamt läßt sich festhalten, daß der Einsatz von FCD-Fahrzeugen zur Verkehrszustandsschätzung und zur Erkennung von Verkehrsstörungen durchaus lohnend ist und sich die gewählte Vorgehensweise (segmentsbasierter Ansatz, Korrekturfunktion, Streuungsbestimmung) in der Erprobung mit simulierten Verkehrsdaten bewährt hat.

Die Analyse der stochastischen Zusammenhänge von Dichte, Einzel- und mittlerer Geschwindigkeit führte zu einem grundsätzlicheren Verständnis des Geschehens und ermöglichte es, Näherungswerte für die unbekannteren mittleren Geschwindigkeiten aufgrund der Einzelgeschwindigkeiten der FCD-Fahrzeuge zu schätzen und eine Aussage über die Qualität dieser Schätzung angeben zu können. Die so gewonnenen Näherungswerte werden als Meßwerte für die Verkehrszustandsschätzung verwendet. Der detailliert geführten Diskussion der Verläufe entstammen darüberhinaus Kenntnisse über die Abhängigkeiten auf einer mehrspurigen Richtungsfahrbahn. Diese ermöglichen es präzisere Aussagen über das aktuelle Verkehrsgeschehen treffen zu können.

Dabei läßt sich feststellen, daß aufgrund der Kenntnis der Dichte für das die Fahrspuren nicht unterscheidende Modell im Falle des freien Verkehrsflusses eine Verbesserung der auf Basis der FCD-Informationen erfolgenden Schätzung der Segmentgeschwindigkeit durch Berücksichtigung der durch den Lastverkehr verursachten Zweiteilung möglich wird. Im Bereich höherer Dichtewerte wird die Kenntnis der Dichte zum entscheidenden Indika-

tor, dessen Kenntnis eine deutlich verbesserte Schätzung dieser Segmentgeschwindigkeiten ermöglichen würde. Bereits aus Kenntnis eines ungefähren Dichtewertes läßt sich die Aussagequalität einer Segmentgeschwindigkeitsschätzung verbessern; dies gilt insbesondere für die Bereiche unterhalb der für die Verkehrsstärke der Einzelfahrspuren gefundenen Maximalwerte, auf die immerhin 75% aller Verkehrszustände entfallen.

Die in den Kapiteln 5.3 und 5.4 gewonnenen und gegenwärtig noch nicht implementierten Erkenntnisse versprechen weitere Verbesserungen in der Erarbeitung zuverlässiger Verkehrszustandsschätzmethoden. Eine erste Implementierung wurde anhand eines mikroskopisch simulierten Szenario getestet. Die Verwendung von simulierten statt Real-Daten hat den Vorteil, daß einerseits die Anzahl der vorhandenen FCD-Fahrzeuge beliebig variiert werden kann und daß andererseits der vom Zustandsschätzer zu bestimmende Verkehrszustand bekannt ist. Hierdurch wird eine qualitative Aussage über die Qualität der Zustandsschätzung ermöglicht. Auch wenn die Parameter des Modells und des Zustandsschätzers für den FC-Dateneinsatz noch längst nicht optimal eingestellt sind, läßt sich mittels FC-Daten bereits jetzt eine deutliche Verbesserung der Zustandsschätzung erreichen: Störungen werden schneller und genauer detektiert. Das vorhandene Ergebnis ließe sich unter Hinzunahme der im Kapitel „Analyse von Einzelfahrzeugdaten“ gewonnenen Erkenntnisse sicherlich noch verbessern. Auch dürfte eine Bestimmung der aufgrund vorhandener FC-Daten wahrscheinlichsten Dichten und Verwendung derselben als weitere Meßwerte für den Zustandsschätzer zu einer Verbesserung der Simulationsergebnisse beitragen.

Die Ergebnisse dieser ersten Implementierung sind bereits ziemlich gut und lassen auf weitere positive Resultate in diesem Bereich hoffen, insbesondere natürlich dem Einsatz in Verkehrsleitzentralen.